

Les fléchettes

Les élèves s'engagent dans la recherche de différentes décompositions du nombre 12 sous forme d'une somme de nombres entiers.

Sans exiger de l'élève qu'il trouve toutes les solutions*, il s'agit d'encourager son désir d'en trouver le plus grand nombre possible.

Contexte mathématique

Écrire un nombre comme addition de nombres entiers naturels est un problème de partition bien connu dans la théorie de nombres.

À l'occasion de ce problème, les élèves vont travailler autour de l'addition, dont ils auront l'occasion d'appréhender les propriétés (commutativité, associativité).

Par ailleurs, le calcul mental sera fortement mobilisé tout au long de ce défi.

Mise en situation et déroulement

Le contexte du jeu de fléchettes conduit l'élève à faire des premiers essais. Par exemple, en lançant les fléchettes vers la cible, on peut obtenir les résultats totalisant 12 points (par exemple : 3, 4, 5) mais aussi ceux qui ne totalisent pas 12 points (par exemple : 3, 4, 6).

En notant les résultats de chaque essai sous forme d'addition (permettant de vérifier le résultat), on dirige l'élève vers une recherche de différentes additions.

Questions possibles aux élèves :

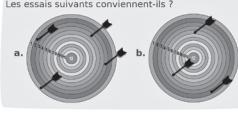
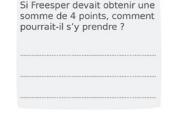
- Est-il possible d'avoir (ou non) des nombres qui se répètent dans une addition (exemple : $3 + 3 + 3 + 3 = 12$) ?
- Les combinaisons 7, 5 et 5, 7 peuvent-elles être considérées comme deux solutions différentes, ou bien comme une seule et même solution ?

Le contexte de ce jeu permet clairement les additions où des termes se répètent, mais il est important d'en discuter avec les élèves.

Def 1 Les fléchettes

Énoncé
Lors d'une partie de fléchettes, Freesper doit réaliser une somme de 12 points exactement... Comment peut-il s'y prendre ? Donne le plus grand nombre de possibilités.

Pour bien comprendre l'énoncé
Les essais suivants conviennent-ils ?

a. 
b. 

Pour bien commencer
Si Freesper devait obtenir une somme de 4 points, comment pourrait-il s'y prendre ?

J'explique ma démarche :



Pour aller plus loin

- En utilisant les nombres entiers non nuls, combien peux-tu trouver de produits différents égaux à 12 ?

4 quatre

La deuxième question met en exergue la commutativité et l'associativité de l'addition. Dans le contexte du problème, il semble pertinent de considérer 7, 5 et 5, 7 comme deux solutions distinctes.

Pour bien comprendre l'énoncé

- a. Ce cas ne convient pas puisqu'on obtient :
 $3 + 4 + 2 + 1 = 10$.
- b. Ce cas convient puisqu'on obtient :
 $2 + 5 + 5 = 12$.

Pour bien commencer

Pour le nombre 4, les possibilités sont :

1, 1, 1, 1
1, 1, 2
1, 3

Il y a donc trois possibilités, à l'ordre des termes près.

* Le générateur en ligne DCODE (<https://www.dcode.fr/generateur-partitions>) en indique 77 !

Stratégies de résolution

L'élève peut procéder à différents essais et trouver de bonnes solutions de temps à autre (recherche non systématique). Mais la stratégie de recherche plus systématique est à encourager.

- Par exemple, on peut commencer par trouver toutes les décompositions de 12 sous la forme de somme de deux termes :

1, 11

2, 10

3, 9

4, 8

5, 7

6, 6

Ensuite, on cherche différentes possibilités avec trois termes. Exemples :

1 + 9 + 2

3 + 4 + 5

etc.

On continue ainsi avec quatre termes, cinq termes, six termes, etc. Il est intéressant de discuter sur le nombre maximum de termes possibles – en l'occurrence douze : douze fois le terme 1...

- Une autre façon peut être de commencer par écrire justement 12 sous forme d'une somme de termes tous égaux à 1 :

1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1
(douze fois le terme 1)

Ensuite, on continue de façon systématique :

1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 2
(dix fois le terme 1, puis une fois le terme 2)

1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 3
(neuf fois le terme 1, puis une fois le terme 3)

et ainsi de suite...

Solutions

En tout, on compte 77 partitions du nombre 12. Il n'est naturellement pas attendu que l'élève les trouve toutes ; l'intérêt est ailleurs (à noter que des générateurs de solutions sont légions sur Internet).

Il s'agit plutôt d'encourager et de valoriser toute recherche de l'élève pour trouver le plus de décompositions possible.

Pour aller plus loin

1 x 12

2 x 6

3 x 4

Là encore, on discute afin de déterminer si les solutions "12 x 1", "6 x 2" et "4 x 3" doivent ou non être considérées comme des solutions différentes.

On peut tester d'autres nombres et en profiter pour poser différentes questions, comme par exemple :

— Si un nombre est plus grand, aura-t-on un plus grand nombre de produits ?

Réponse attendue : Non (comme le montre l'étude du nombre 13...)

www.iparcours.fr

P'tit Rusé numérique

Accès gratuit à de nombreux outils de simulation et de modélisation.

DÉFI 1

Lancer libre (cliquez sur la cible)

Afficher le calcul

Flechettes restantes