G1 Théorème de Thalès

g5.re/hn6 g5.re/ykg g5.re/dz8

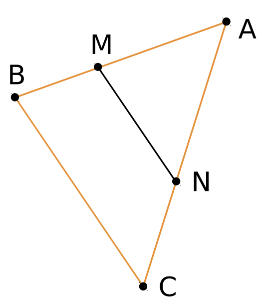
1 Le théorème direct de Thalès

A Théorème de Thalès

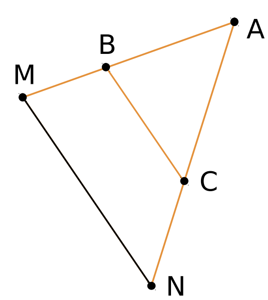
Théorème

Si les points A, B et M d'une part, et A, C et N d'autre part sont alignés et **si** les droites (BC) et (MN) sont parallèles **alors** $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$.

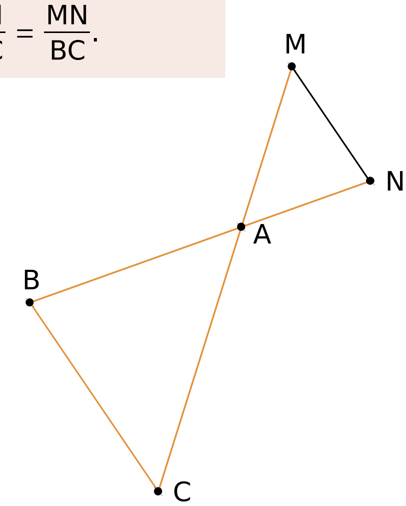
Remarque : Voici les différentes configurations possibles.



Configuration « triangles » (4e)



Configuration « triangles »

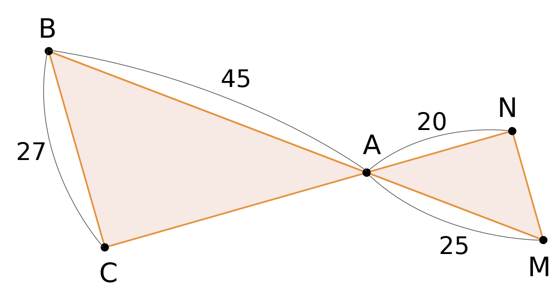


Configuration « papillon »

B Calcul de longueurs

Exemple :

Les points A, B et M d'une part, et A, C et N d'autre part, sont alignés. Les droites (BC) et (MN) sont parallèles.
AM = 25 mm ; AB = 45 mm ; AN = 20 mm et BC = 27 mm.
On cherche à déterminer les longueurs AC et MN.



Les points A, B et M d'une part, et A, C et N d'autre part sont alignés.

Les droites (BC) et (MN) sont parallèles. Donc, d'après le théorème de Thalès, on a : $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$.

On remplace par les longueurs connues : $\frac{25}{45} = \frac{20}{AC} = \frac{MN}{27}$.

Calcul de AC

$\frac{25}{45} = \frac{20}{AC}$ donc $25 \times AC = 45 \times 20$

$AC = \frac{45 \times 20}{25}$

donc AC = 36 mm

Calcul de MN

$\frac{25}{45} = \frac{MN}{27}$ donc $45 \times MN = 25 \times 27$

$MN = \frac{25 \times 27}{45}$

donc MN = 15 mm

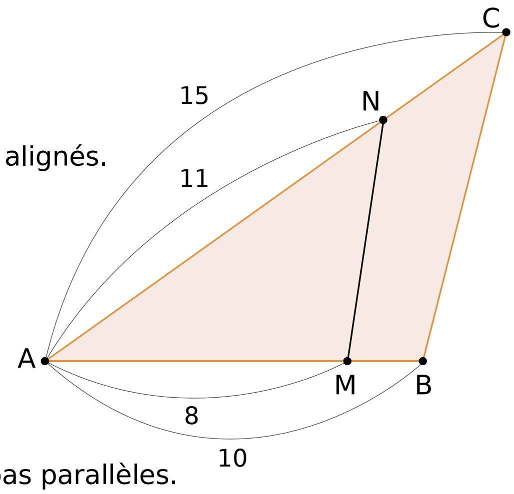
C Démontrer que deux droites ne sont pas parallèles

Théorème

Si les points A, B et M d'une part, et A, C et N d'autre part sont alignés, et **si** $\frac{AM}{AB} \neq \frac{AN}{AC}$

alors les droites (BC) et (MN) ne sont pas parallèles.

Exemple :
Dans cette figure qui n'est pas en vraie grandeur,
AN = 11 cm ; AM = 8 cm ; AC = 15 cm et AB = 10 cm.



Les points A, B et M d'une part, et A, C et N d'autre part sont alignés.

On calcule séparément les rapports $\frac{AM}{AB}$ et $\frac{AN}{AC}$.

D'une part, $\frac{AM}{AB} = \frac{8}{10} = \frac{24}{30}$. D'autre part, $\frac{AN}{AC} = \frac{11}{15} = \frac{22}{30}$.

On constate que $\frac{AM}{AB} \neq \frac{AN}{AC}$.

Or, si les droites (BC) et (MN) étaient parallèles,
d'après le théorème de Thalès, il y aurait égalité.
Comme ce n'est pas le cas, les droites (BC) et (MN) ne sont pas parallèles.

2 Le théorème réciproque de Thalès

A Réciproque du théorème de Thalès

Théorème

Si les points A, B et M d'une part, et A, C et N d'autre part sont alignés dans le même ordre,
et **si** $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$ **alors** les droites (BC) et (MN) sont parallèles.

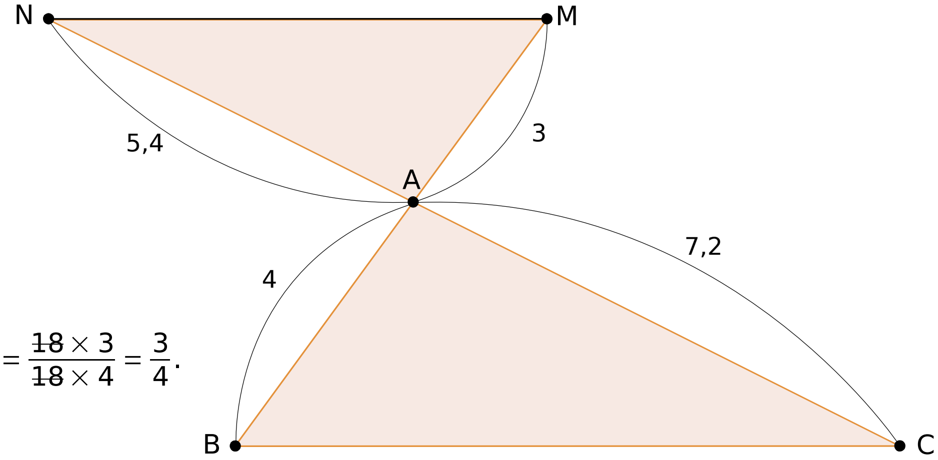
Remarque :
Attention, il ne suffit pas de vérifier l'égalité des rapports.
Il faut aussi s'assurer que les points sont placés dans le bon ordre.

B Démontrer que deux droites sont parallèles

La réciproque du théorème de Thalès permet, dans une configuration où l’on connait certaines longueurs, de déterminer si des droites sont parallèles.

Exemple :
Dans cette figure, AM = 3 cm ; AB = 4 cm ; AC = 7,2 cm et AN = 5,4 cm.

Les points A, B et M d'une part, et A, C et N d'autre part, sont alignés dans le même ordre.



On calcule séparément les rapports $\frac{AM}{AB}$ et $\frac{AN}{AC}$:

D'une part, $\frac{AM}{AB} = \frac{3}{4}$.

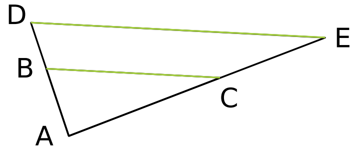
D'autre part, $\frac{AN}{AC} = \frac{5,4}{7,2} = \frac{54}{72} = \frac{\cancel{18} \times 3}{\cancel{18} \times 4} = \frac{3}{4}$.

On constate que $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$.

Donc, d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (BC) et (MN) sont parallèles.

1 Les droites en vert sont parallèles. Retrouve, pour chaque figure, les deux triangles et les deux droites parallèles puis écris l'égalité de rapports correspondante.

a.

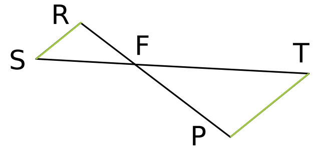


Les droites (..........) et (..........) sont sécantes en ....

(..........) // (..........)

$\frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$

b.

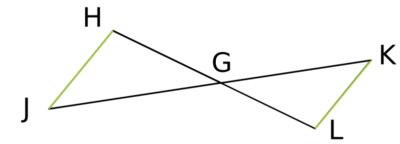


Les droites (..........) et (..........) sont sécantes en ....

(..........) // (..........)

$\frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$

c.

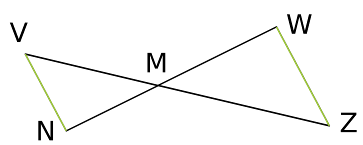


Les droites (..........) et (..........) sont sécantes en ....

(..........) // (..........)

$\frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$

d.

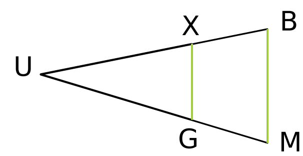


Les droites (..........) et (..........) sont sécantes en ....

(..........) // (..........)

$\frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$

e.

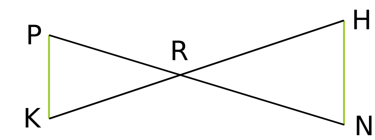


Les droites (..........) et (..........) sont sécantes en ....

(..........) // (..........)

$\frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$

f.



Les droites (..........) et (..........) sont sécantes en ....

(..........) // (..........)

$\frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$

2 En te référant à l'exercice **1**, écris puis résous l'équation permettant de trouver le côté manquant.

a. AB = 4 ; AD = 5 ; AE = 12
Calcule AC.

$\frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$ donc AC = ...

b. FS = 3,9 ; RS = 2,1 ; PT = 1,4
Calcule FT.

$\frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$ donc FT = ...

c. GL = 7,2 ; GK = 6 ; GJ = 7
Calcule GH.

$\frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$ donc GH = ...

d. MV = 12,8 ; MN = 8 ; MZ = 14,4
Calcule MW.

$\frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$ donc MW = ...

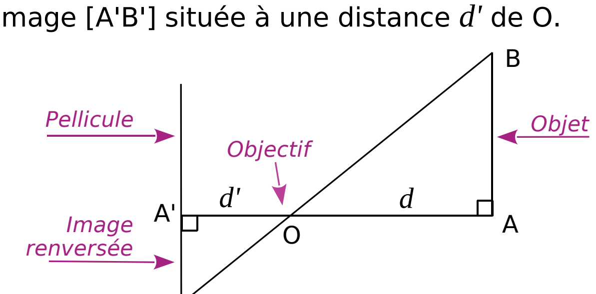
e. BM = 15 ; UB = 23 ; XG = 4,5
Calcule UX.

$\frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$ donc UX = ...

f. RH = 12,1 ; RK = 5,5 ; PK = 11,5
Calcule HN.

$\frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$ donc HN = ...

3 Voici le schéma du fonctionnement d'un appareil photo argentique : un objet [AB] situé à une distance d de l'objectif O a une image [A'B'] située à une distance d' de O.



Démontre l'égalité : $\frac{d}{d'} = \frac{AB}{A'B'}$.

....

....

....

....

....

....