N3 Puissances

g5.re/21u g5.re/21u g5.re/fw3

1 Puissances d'un nombre relatif

A Exposant positif

Définition Pour tout nombre entier positif non nul n et tout nombre relatif a :

$$a^n = \underbrace{a \times a \times ... \times a}_{n\ facteurs} \text{ et par convention : } a^0 = 1$$

a^n (lu « ***a* puissance *n*** ») est appelé **puissance *n*-ième** de ***a*** et ***n*** est l'**exposant**

Remarque : $a^1 = a$

Exemples :

- $2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$ et $(-3)^5 = (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) = -243$

B Exposant négatif

Définition Pour tout nombre entier positif non nul n et tout nombre relatif a :

$$a^{-n} = \frac{1}{\underbrace{a \times a \times ... \times a}_{n\ facteurs}} = \frac{1}{a^n}$$

Remarque : a^{-1} est l'inverse de a et $a^{-1} = \frac{1}{a}$

Exemple : $5^{-3} = \frac{1}{5^3} = \frac{1}{125} = 0{,}008$

C Règle de priorité

Propriété En l'absence de parenthèses, le calcul de la puissance est prioritaire sur les autres opérations.

Exemple : $1 + 2 \times 3^3 = 1 + 2 \times 27 = 1 + 54 = 55$

2 Puissances de 10

A Définitions

Définition 1 Pour tout nombre entier positif non nul n :

$$10^n = \underbrace{10 \times 10 \times ... \times 10}_{n\ facteurs} = \underbrace{10...0}_{n\ zéros} \text{ et par convention } 10^0 = 1$$

Définition 2 Pour tout nombre entier positif non nul n :

$$10^{-n} = \frac{1}{10^n} = \underbrace{0{,}0...0}_{n\ zéros}1$$

Exemples :

- $10^5 = 100\ 000$ et $10^{-6} = 0{,}000\ 001$

B Vocabulaire

Définition Ces préfixes désignent des multiples de puissances de 10 :

Téra	Giga	Méga	Kilo	Hecto	Déca	Déci	Centi	Milli	Micro	Nano	Pico
$\times 10^{12}$	$\times 10^9$	$\times 10^6$	$\times 10^3$	$\times 10^2$	$\times 10^1$	$\times 10^{-1}$	$\times 10^{-2}$	$\times 10^{-3}$	$\times 10^{-6}$	$\times 10^{-9}$	$\times 10^{-12}$

Exemples :

- 1 **Kilo**gramme = 10^3 grammes, 1 **Giga**Octet = 10^9 octets et 1 **Nano**mètre = 10^{-9} m

C Calculs avec les puissances de 10

Propriétés Pour tous nombres entiers relatifs m et p :

$$10^m \times 10^p = 10^{m+p}$$

$$\frac{10^m}{10^p} = 10^{m-p}$$

Exemples :

- $A = 10^4 \times 10^3 = 10^{4+3} = 10^7 = 10\ 000\ 000$ et $B = \dfrac{10^{-7}}{10^3} = 10^{-7-3} = 10^{-10}$

3 Écriture scientifique

A Multiplier par une puissance de 10

Propriétés

- Multiplier un nombre par 10^n revient à décaler la virgule de ***n* rangs vers la droite** (on complète par des zéros si nécessaire).
- Multiplier un nombre par 10^{-n} revient à décaler la virgule de ***n* rangs vers la gauche** (on complète par des zéros si nécessaire).

Exemples :

- $208{,}641 \times \mathbf{10^2} = 20\ 864{,}1$ et $37{,}1 \times \mathbf{10^{-3}} = 0{,}0371$

B Écriture scientifique

Définition

Tout nombre décimal non nul peut être écrit en **notation scientifique**, c'est-à-dire sous la forme $\boldsymbol{a \times 10^n}$ où :

- a appelé **mantisse** du nombre est un nombre décimal ayant un seul chiffre non nul avant la virgule
- n est un nombre entier relatif

Exemples :

- Âge de la Terre : 4 500 000 000 ans = $4{,}5 \times 10^9$ ans
- Rayon d'un atome : 0,000 000 000 529 m = $5{,}29 \times 10^{-10}$ m
- Distance Terre-Soleil : 149 600 000 000 m = $1{,}496 \times 10^{11}$ m
- Distance Terre-Alpha du Centaure : 41 800 000 000 000 km = $4{,}18 \times 10^{13}$ km

1 Écris l'inverse a^{-1} du nombre a sous la forme d'un nombre décimal ou d'une fraction.

a	5	0,25	3,5	$\frac{1}{3}$	$\frac{9}{5}$
a^{-1}					

2 Complète les pointillés.

a. $2^{-3} = \frac{1}{2^{\dots}}$

b. $(-5)^{-6} = \frac{1}{(-5)^{\dots}}$

c. $4^{-2} = \frac{1}{4^{\dots}}$

d. $7^{-1} = \frac{1}{7^{\dots}}$

e. $10^{-5} = \frac{1}{10^{\dots}}$

f. $1{,}5^{-4} = \frac{1}{1{,}5^{\dots}}$

3 Écris chaque expression sous la forme d'une puissance d'un nombre.

a. $\frac{1}{7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7} = \frac{1}{7^{\dots}} = 7^{-\dots}$

b. $\frac{1}{3 \times 3 \times 3 \times 3} = \dots\dots = \dots\dots$

c. $\frac{1}{(-3) \times (-3) \times (-3)} = \dots\dots = \dots\dots$

d. $\frac{1}{2{,}5 \times 2{,}5 \times 2{,}5 \times 2{,}5 \times 2{,}5} = \dots\dots = \dots\dots$

4 Complète.

Puissance	Définition	Valeur
8^{-6}	$\frac{1}{\dots \times \dots \times \dots \times \dots \times \dots \times \dots}$	$\frac{1}{\dots\dots\dots\dots}$
$6{,}9^{-3}$		
$(-2)^{-2}$		
11^{-4}		

5 Écris chaque nombre sous la forme 5^n.

125	15 625	390 625	0,2	0,0016	0,0000128
$5^{\dots}$					

6 Écris sous la forme d'une fraction.

a. $\left(\frac{4}{7}\right)^4 = \dots\dots\dots\dots$

b. $\left(\frac{4}{7}\right)^{-4} = \dots\dots\dots\dots$

c. $\left(\frac{10}{3}\right)^2 = \dots\dots\dots\dots$

d. $\left(\frac{10}{3}\right)^{-2} = \dots\dots\dots\dots$

7 Un couple fait un placement au taux annuel de 2 %, dont les intérêts sont capitalisés tous les ans. Le couple a placé le montant de 1 000 euros à l'ouverture, le 1er janvier 2010, puis laisse le capital sur ce compte sans effectuer de virements.

a. Explique pourquoi son capital est multiplié par 1,02 chaque année.

....

....

....

b. Complète le tableau suivant. Tu arrondiras si nécessaire au centième.

Année	2010	2011	2012	2013
Capital	1 000			

c. Écris et calcule l'expression qui permet de déterminer son capital au 1er janvier 2020. Tu arrondiras si nécessaire au centième.

....

....

d. À partir de quelle année son capital dépassera les 1 300 € ?

....

....

8 Vrai ou faux ? Justifie.

a. Une puissance d'exposant négatif est toujours négative.

....

....

b. Si on élève un nombre au carré, puis qu'on élève le résultat au cube, c'est comme si on avait élevé le nombre de départ à la puissance 6.

....

....

c. 3^{15} est le triple de 3^5.

....

....

d. Une puissance d'exposant négatif est toujours inférieure à 1.

....

....

....