

N5 Puissances



g5.re/fhd



g5.re/a3x



g5.re/3xg



1 Puissances d'un nombre relatif

A Exposant positif

Définition Pour tout nombre entier positif non nul n et tout nombre relatif a :

$$a^n = \underbrace{a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ facteurs}} \text{ et par convention : } a^0 = 1$$

a^n (lu « a puissance n ») est appelé **puissance n -ième** de a et n est l'**exposant**

Remarque : $a^1 = a$

Exemples :

- $2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$
- $(-3)^5 = (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) = -243$

B Règle de priorité

Propriété

En l'absence de parenthèses, le calcul de la puissance est prioritaire sur les autres opérations.

Exemple :

- $1 + 2 \times 3^3 = 1 + 2 \times 27 = 1 + 54 = 55$

2 Puissances de 10

A Définitions

Définition 1 Pour tout nombre entier positif non nul n :

$$10^n = \underbrace{10 \times 10 \times \dots \times 10}_{n \text{ facteurs}} = \underbrace{10 \dots 0}_{n \text{ zéros}} \text{ et par convention } 10^0 = 1$$

Exemple :

- $10^5 = 100\,000$

Définition 2 Pour tout nombre entier positif non nul n :

$$10^{-n} = \frac{1}{10^n} = \underbrace{0,0 \dots 01}_{n \text{ zéros}}$$

Exemple :

- $10^{-6} = 0,000\,001$

B Vocabulaire

Définition

Ces préfixes désignent des multiples de puissances de 10 :

Téra	Giga	Méga	Kilo	Hecto	Déca	Déci	Centi	Milli	Micro	Nano	Pico
$\times 10^{12}$	$\times 10^9$	$\times 10^6$	$\times 10^3$	$\times 10^2$	$\times 10^1$	$\times 10^{-1}$	$\times 10^{-2}$	$\times 10^{-3}$	$\times 10^{-6}$	$\times 10^{-9}$	$\times 10^{-12}$

Exemples :

- 1 **Kilogramme** = 10^3 grammes, 1 **GigaOctet** = 10^9 octets et 1 **Nanomètre** = 10^{-9} m

C Calculs avec les puissances de 10

Propriétés

Pour tous nombres entiers relatifs m et p :

$$10^m \times 10^p = 10^{m+p}$$

$$\frac{10^m}{10^p} = 10^{m-p}$$

Exemples :

- A = $10^4 \times 10^3 = 10^{4+3} = 10^7 = 10\ 000\ 000$ et B = $\frac{10^{-7}}{10^3} = 10^{-7-3} = 10^{-10}$

3 Écriture scientifique

A Multiplier par une puissance de 10

Propriété 1

Multiplier un nombre par 10^n revient à décaler la virgule de **n rangs vers la droite** (on complète par des zéros si nécessaire).

Exemple :

- $208,641 \times 10^2 = 20\ 864,1$

Propriété 2

Multiplier un nombre par 10^{-n} revient à décaler la virgule de **n rangs vers la gauche** (on complète par des zéros si nécessaire).

Exemple :

- $37,1 \times 10^{-3} = 0,0371$

B Écriture scientifique

Définition

Tout nombre décimal non nul peut être écrit en **notation scientifique**, c'est-à-dire sous la forme $a \times 10^n$ où :

- a appelé **mantisso** du nombre est un nombre décimal ayant un seul chiffre non nul avant la virgule ;
- n est un nombre entier relatif.

Exemples :

- Âge de la Terre : $4\ 500\ 000\ 000$ ans = $4,5 \times 10^9$ ans
► Rayon d'un atome : $0,000\ 000\ 000\ 529$ m = $5,29 \times 10^{-10}$ m
► Distance Terre-Soleil : $149\ 600\ 000\ 000$ m = $1,496 \times 10^{11}$ m
► Distance Terre-Alpha du Centaure : $41\ 800\ 000\ 000\ 000$ km = $4,18 \times 10^{13}$ km

N5 Fiche 1 : utiliser la notion de puissance

1 Écris chaque expression sous la forme d'une puissance d'un nombre.

a. $7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 = \dots$

b. $3 \times 3 \times 3 \times 3 = \dots$

c. $(-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) = \dots$

d. $2,5 \times 2,5 \times 2,5 \times 2,5 \times 2,5 \times 2,5 = \dots$

e. $\left(\frac{2}{3}\right) \times \left(\frac{2}{3}\right) \times \left(\frac{2}{3}\right) \times \left(\frac{2}{3}\right) = \dots$

2 Écris chaque expression sous la forme d'un produit de facteurs.

a. $2^7 = \dots$

b. $4^5 = \dots$

c. $(-5)^4 = \dots$

d. $(-1,2)^3 = \dots$

e. $\left(\frac{3}{4}\right)^5 = \dots$

3 Complète.

Puissance	Définition	Valeur
3^7		
9^2		
$(-2)^3$		
	$6 \times 6 \times 6 \times 6$	
	$(-1) \times (-1) \times (-1)$	
	$(-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1)$	

4 Écris chaque nombre sous la forme 2^n .

32	128	1 024	32 768	65 536	1 048 576
2	...				

5 Complète avec l'exposant correspondant.

a. $4 096 = 4^{\dots}$

d. $0,125 = 0,5^{\dots}$

b. $-216 = (-6)^{\dots}$

e. $1,61051 = 1,1^{\dots}$

c. $2 401 = 7^{\dots}$

f. $10 000 000 = 10^{\dots}$

6 a. Complète en donnant l'écriture décimale.

3^0	3^1	3^2	3^3	3^4	3^5	3^6

b. Observe le chiffre des unités des nombres précédents pour en déduire celui des puissances ci-dessous.

3^{20}	3^{35}	3^{42}	3^{101}
Chiffre des unités			

7 Pour mener une expédition contre la termitière voisine, la reine des fourmis lève une armée.

Elle nomme un général qui choisit 5 colonels qui prennent chacun 5 capitaines qui prennent chacun 5 lieutenants qui prennent chacun 5 sergents qui choisissent chacun 25 soldats.



a. Montre que le nombre total de soldats est une puissance de 5.

b. Calcule l'effectif total de cette armée.

c. La reine des termites, elle, lève une armée dont l'effectif est une puissance de 10. Quel est l'exposant minimum de cette puissance pour que les termites soient plus nombreux que les fourmis ?

8 Le roi Belkib promit une récompense à qui lui offrirait une distraction qui lui plairait. Le sage Sissa lui proposa un jeu d'échecs. — Que souhaites-tu recevoir en échange ? lui demanda le roi.



Sissa répondit : — Offre-moi du riz : pose un grain sur la première case de l'échiquier, deux sur la deuxième, quatre sur la troisième, et ainsi de suite. Double la quantité de grains de riz à chaque case jusqu'à ce que tout l'échiquier soit rempli.

a. Combien de grains de riz la 4^e case contient-elle ? Tu exprimeras le résultat sous la forme d'une puissance, puis d'un nombre entier.

b. Même question pour la 25^e case.

c. À partir de quelle case le nombre de grains sur la case dépasse-t-il le milliard ?