

résoudre un problème à étapes

QUELLE PROGRESSION POUR LE CYCLE 2 ?

Les attendus de fin d'année de CP indiquent que l'élève doit savoir résoudre *des problèmes du champ additif (addition et soustraction) en une ou deux étapes, et notamment des problèmes impliquant des longueurs, des durées ou des prix.*

En CE1, il est précisé que *les élèves résolvent des problèmes à deux étapes mixant addition et soustraction ou multiplication, lorsque les nombres en jeu ne nécessitent pas la mise en œuvre d'un algorithme opératoire.* Ces problèmes en une ou deux étapes impliquent alors des longueurs, des masses, des contenances, des durées ou des prix.

Même si ceux-ci étaient déjà présents dans les deux premiers volumes *M@ths en-vie - Enseigner la résolution de problèmes au CP / au CE1*, notamment en fin de certaines périodes, nous avons fait le choix de donner une place plus importante à ce type de problèmes au sein du présent ouvrage consacré au CE2.

Nous partons donc du même principe, à savoir qu'on ne peut aborder les problèmes à étapes, sans avoir un minimum de bagage concernant les problèmes basiques dits prototypiques car, pour rappel, un problème à étapes n'est qu'une composition de problèmes basiques. Il faut alors que l'élève ait une certaine aisance dans la résolution, lui permettant un meilleur repérage des étapes auxquelles il va être confronté.

Concernant le niveau CE2

Les repères de progression indiquent que, *dès le début de l'année, les élèves résolvent des problèmes additifs et multiplicatifs portant sur des nombres plus grands, ou des problèmes relevant de plusieurs opérations, nécessitant par exemple l'exploration d'un tableau ou d'un graphique.*

Dans les attendus de fin d'année, on précise que *l'élève résout des problèmes du champ additif et/ou multiplicatif en une, deux ou trois étapes. Il résout des problèmes en une ou deux étapes impliquant des longueurs, des masses, des contenances, des durées ou des prix.*

C'est pourquoi, dès la première période, nous aborderons les problèmes à étapes, après avoir revu les problèmes basiques dans les unités qui précèdent. Au fur et à mesure de l'année, nous augmenterons alors leur fréquence et le nombre d'étapes.

QU'ENTEND-ON PAR PROBLÈME À ÉTAPES ?

On s'appuiera sur la classification de Catherine Houdement (2018) pour distinguer :

- les **problèmes basiques** en une seule étape : ils n'ont pas de données superflues et proposent un contexte facile à comprendre *a priori*.
- les **problèmes complexes**, constitués de plusieurs problèmes élémentaires. On distingue deux catégories :
 - . **explicites**, lorsque les étapes sont données
 - . **implicites**, quand ce sont les élèves qui doivent décomposer le problème en sous-problèmes. L'enjeu pour l'élève est alors de construire des sous-problèmes basiques, calculables en connectant des informations et en qualifiant les résultats. On les invitera alors à décrire leur démarche et à expliciter leurs calculs intermédiaires.

Les problèmes à étapes correspondent donc à des problèmes complexes car ils sont composés de plusieurs problèmes basiques. Comme leur nom l'indique, il s'agit de procéder par étapes : à chaque étape, il faudra trouver une nouvelle donnée qui servira à résoudre l'étape suivante.

Différents types d'étapes pourront être identifiées :

► Les étapes signalées, visibles

Elles sont identifiées par un numéro ou une chronologie explicite. C'est le cas le plus simple dans lequel la reconnaissance des problèmes basiques convoqués sera aisée. Les stratégies des élèves pourront être exploitées pour illustrer les différents raisonnements. Certains élèves, les plus à l'aise, pourront également traiter le problème en une seule étape, l'étape intermédiaire n'étant pas assez résistante pour eux.

> Ces problèmes seront rencontrés dans les unités et dans les ateliers autonomes.

► Les étapes non signalées, implicites

Ces étapes sont implicites, mais indispensables à la résolution du problème. Il revient à l'élève de les reconstituer afin de pouvoir répondre à la question finale.

Parmi cette dernière catégorie, on trouve la lecture de document (graphique, tableau, diagramme...) dans lequel des données doivent être prélevées. Cela correspond à une compétence transversale (convoquée en sciences, en histoire, en géographie... dès qu'un document doit être analysé pour en faire une synthèse) qu'il s'agit de travailler conjointement à la résolution de problèmes.

Dans un premier temps, il s'agira d'apprendre aux élèves à lire le document : c'est-à-dire à les entraîner à prélever une information dans ce type de document.

> Cela se fera lors des séances d'apprentissage des unités 13 à 15.

Dans un deuxième temps, les problèmes proposés s'appuieront sur des étapes liées au prélèvement et au traitement de différentes informations contenues dans un document simple (tableau à double entrée, graphique...).

> L'atelier autonome propose des problèmes progressifs basés sur la lecture de documents.

DIFFICULTÉS LIÉES À LA RÉOLUTION D'UN PROBLÈME À ÉTAPES

Le degré de complexité des problèmes à étapes peut être variable. Il est donc difficile de catégoriser les différents types de problèmes à étapes tels que :

- des problèmes à deux étapes très facilement identifiables ;
- des problèmes à étapes avec traitement de données issues d'un graphique, sans question intermédiaire mais avec une réponse dépendant de l'interprétation de celui qui le résout ;
- des problèmes à étapes sans question intermédiaire mais avec une seule réponse possible,

Cependant, la (ou les) question(s) intermédiaire(s), le prélèvement de données dans un document, le repérage des problèmes basiques présents dans un énoncé constituent autant de points qui peuvent mettre en difficulté certains élèves. Il pourra donc être intéressant de rendre explicite les stratégies pour organiser le traitement des différentes étapes.

Plusieurs pistes de travail à mener en amont

Nous proposons de mener en amont des séances de travail spécifiques :

- Création de questions : s'entraîner à prélever des informations ou des données dans un document présenté (simple lecture).
- Création de questions : s'entraîner à traiter les données prélevées dans un document (utilisation de différentes données).
- Construction de différents documents (tableaux, graphiques, diagrammes en bâtons...).
- Repérage et de création de questions intermédiaires dans un énoncé simple.

La majorité des problèmes à étapes que nous proposerons dans les fichiers ne relèvent pas de situations trop complexes, de manière à ce que les élèves puissent s'appuyer sur des repères et des stratégies travaillées et facilement mobilisables.

COMMENT MODÉLISER UN PROBLÈME À ÉTAPES ?

Si nous avons pu voir précédemment comment modéliser chaque problème prototypique, voici une progression pour modéliser un problème à étapes. Nous prendrons pour exemple un problème issu de l'unité 3 (problème n°5).

*Léna a mangé 45 grammes d'une tablette de chocolat ce matin et 25 grammes ce soir. Cette tablette pesait 100 grammes. **Quelle quantité de chocolat lui reste-t-il ?***

Dans les productions des élèves, on retrouvera deux stratégies de résolution. Aucune n'est plus experte que l'autre ; cela dépend totalement de la représentation que l'élève se fait de la situation, et notamment de sa résolution.

Voici donc une double modélisation au regard des deux étapes nécessaires pour résoudre ce problème.

| | Stratégie n°1 | Stratégie n°2 | | | | | | |
|------------------|---|---|----|----|--|-----|----|---|
| | L'élève voit cette situation comme : situation de réunion/partage + situation de transformation | L'élève voit cette situation comme : 2 situations de transformation | | | | | | |
| ▶ Étape 1 | On ajoute la masse de chocolat qu'elle a mangé le matin et l'après-midi. <table border="1" style="margin: 5px 0;"> <tr><td style="text-align: center;">?</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">45</td><td style="text-align: center;">25</td></tr> </table> Opération : $45 + 25 = 70$ | ? | 45 | 25 | On calcule la masse de chocolat qu'il reste, après que Léa en ait mangé le matin. <table border="1" style="margin: 5px 0;"> <tr><td style="text-align: center;">100</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">45</td><td style="text-align: center;">?</td></tr> </table> Opération : $100 - 45 = 55$ | 100 | 45 | ? |
| ? | | | | | | | | |
| 45 | 25 | | | | | | | |
| 100 | | | | | | | | |
| 45 | ? | | | | | | | |
| ▶ Étape 2 | On calcule la masse de chocolat qu'il reste. <table border="1" style="margin: 5px 0;"> <tr><td style="text-align: center;">100</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">70</td><td style="text-align: center;">?</td></tr> </table> Opération : $100 - 70 = 30$ | 100 | 70 | ? | On calcule la masse de chocolat qu'il reste, à partir de la plaquette entamée du matin suite à ce que Léa a mangé l'après-midi. <table border="1" style="margin: 5px 0;"> <tr><td style="text-align: center;">55</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">25</td><td style="text-align: center;">?</td></tr> </table> Opération : $55 - 25 = 30$ | 55 | 25 | ? |
| 100 | | | | | | | | |
| 70 | ? | | | | | | | |
| 55 | | | | | | | | |
| 25 | ? | | | | | | | |

Modélisation experte

Cependant, on peut envisager le problème dans sa globalité et ainsi proposer une modélisation *experte*.

Reprenons le questionnement relatif à la plus grande quantité mise en jeu dans ce problème: quelle est-elle ?

Il s'agit de la tablette de chocolat quand elle était entière. Plaçons donc sa masse de la tablette dans la grande barre. Il ne reste plus qu'à placer la quantité mangée le matin, la quantité mangée l'après-midi et apparaît la quantité restante qu'on matérialisera, comme d'habitude, par un point d'interrogation.

| | | |
|-----|----|---|
| 100 | | |
| 45 | 25 | ? |

Il est important de **faire verbaliser les élèves** autour de cette modélisation. On retrouvera d'ailleurs les deux stratégies utilisées par les élèves :

- "Si on ajoute la quantité mangée le matin à celle de l'après-midi et qu'on la retire de la masse de la tablette, on obtient ce qu'il reste." → stratégie n°1
- "Si on retire de la masse de la tablette la masse mangée le matin, puis la masse mangée l'après-midi, on obtient ce qu'il reste ." → stratégie n°2

Note : Afin de travailler le sens de la situation, on veillera à faire qualifier les quantités en jeu (masse mangée le matin, masse mangée l'après-midi) pour éviter que les élèves ne se focalisent que sur les données numériques du problème.

Ainsi, la réalisation d'une unique modélisation, dans un premier temps par l'enseignant, puis par les élèves, permettra de disposer d'un outil support aux échanges avec les élèves. Chacun pourra alors retrouver sa stratégie de résolution au sein d'un même modèle. Peut-être d'autres procédures plus pertinentes se dégageront-elles, qui ne seraient pas apparues au premier abord ?

Note : Si l'élève est à l'aise avec les problèmes prototypiques, il ne devrait pas avoir besoin de modéliser les deux étapes. On l'incitera alors à réaliser une seule modélisation.

SPÉCIFICITÉ DES PROBLÈMES À ÉTAPES AVEC LECTURE D'UN TABLEAU, D'UN GRAPHIQUE OU D'UN DIAGRAMME

Conformément aux programmes du cycle 2 et aux repères annuels de progression du CE2, un travail de lecture de tableaux, graphiques et diagrammes devra être proposé. En effet, il est précisé : *Pour les nombres inférieurs à 1 000, il [l'élève] résout des problèmes nécessitant l'exploration d'un tableau ou d'un graphique.*

Les attendus de fin de cycle (partie *Organisation et gestion de données*) précisent également que l'élève devra être capable...

- d'exploiter des données numériques, par exemple des relevés de température ;
- de présenter et organiser des mesures sous forme de tableaux ou de graphiques : modes de représentation de données numériques : tableaux, graphiques simples, etc.

Une approche méthodologique abordée en période 5 (séances d'apprentissage)

Comme pour les problèmes basés sur une photo, les données devront être prélevées dans le document, afin de pouvoir résoudre le problème. Tous les autres types de problèmes seront rebrassés en parallèle.

Quatre types de documents seront proposés. Tous présentent des données et croisent différentes informations. Ces représentations permettent également de comparer les informations entre elles.

L'utilisation de ces documents en résolution de problèmes peut consister en :

- une lecture simple des données (on prélève une donnée dans le document) ;
- une opération à réaliser à partir de différentes données.

Tableau à double entrée

| Nutrition du chien | 24h | taille | | | | |
|--------------------|-------|-------------|--------|----------------|--------|-------------|
| | | très petite | petite | taille moyenne | grande | très grande |
| 2 mois | 55 g | 90 g | 150 g | 230 g | 300 g | |
| 4 mois | 110 g | 180 g | 320 g | 400 g | 600 g | |
| 6 mois | 130 g | 215 g | 360 g | 450 g | 700 g | |

Graphique

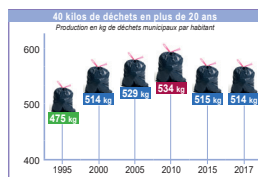


Diagramme en bâtons

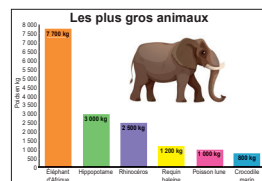
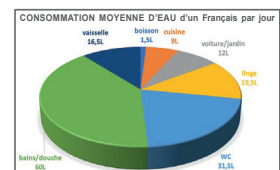


Diagramme circulaire



Les trois premiers documents abordés en CE2 (tableaux, courbes et diagrammes en bâtons) se présentent sous une forme identique, de plus en plus complexe. Ils correspondent à la lecture croisée de deux axes : horizontal et vertical. Chaque axe donne une information sur le sujet exploré. L'intersection des deux axes cible une information plus précise combinant les deux entrées.

La lecture et le repérage dans un tableau à double entrée est un pré-requis qu'il est nécessaire de revisiter avant d'aborder les autres graphiques. En effet, les graphiques simples et les diagrammes en bâtons fonctionnent selon le même principe. En revanche, les diagrammes circulaires s'interprètent différemment.

Représentations qui croisent deux axes

► Tableaux à double entrée

→ Un tableau est composé de lignes et de colonnes, comportant chacune un type d'information. Les cases à l'intérieur sont au croisement des deux informations données par les deux entrées présentées.

→ Les données contenues dans un tableau sont en général d'un même type (habitants, tailles, durées...) mais la légende du tableau (ou le titre) donne aussi une information indispensable pour interpréter les données. Les unités doivent également être identifiées.

Exemple :

| Nutrition du chien | 24h | taille | | | | |
|--------------------|-------|-------------|--------|----------------|--------|-------------|
| | | très petite | petite | taille moyenne | grande | très grande |
| 2 mois | 55 g | 90 g | 150 g | 230 g | 300 g | |
| 4 mois | 110 g | 180 g | 320 g | 400 g | 600 g | |
| 6 mois | 130 g | 215 g | 360 g | 450 g | 700 g | |

- En lecture seule (prélèvement d'une seule information) :

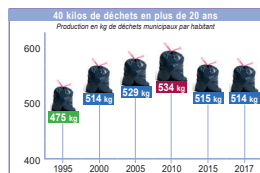
Le très petit chien mange 55 grammes à 2 mois. Il a besoin 110 grammes de nourriture à 4 mois.

- En utilisant différentes données du tableau : *Quelle est l'augmentation de nourriture nécessaire au très petit chien entre 2 et 6 mois ?*

► Graphique

- Un graphique faisant apparaître une courbe permet de visualiser une évolution, un changement au cours du temps (évolution du nombre d'habitants sur un siècle, évolution des températures sur l'année, évolution du poids d'un nouveau-né). En règle générale, les repères de temps (en jour, mois, années ...) sont placés sur l'axe horizontal.
- La courbe est réalisée en reliant les nœuds (intersection entre un point de l'axe horizontal et un point de l'axe vertical). Ces nœuds peuvent être comparés aux cases du tableau à double entrée. La légende du tableau (ou le titre) indique et précise ce qui est observé.

Exemple :



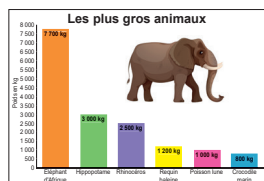
- **En lecture seule** (prélèvement d'une seule information) : *La production de déchets par habitant était, en moyenne (on ne sait pas dans quel pays), de 475 kg en 1995. Cette production de déchets a-t-elle diminuée entre 1995 et 2005 ? Cette production a-t-elle augmentée entre 2005 et 2017 ?*

- **En utilisant différentes données du tableau** : *Cette production a-t-elle augmenté ou diminué entre 1995 et 2017 ? Donne cet écart.*

► Diagrammes en bâtons

- Un diagramme en bâtons permet de comparer visuellement et rapidement des données croisées de même nature présentées sous forme de *bâtons*. Des couleurs sont souvent associées permettant alors d'introduire une autre information. Chaque bâton est construit à partir de l'axe horizontal qui donne l'objet observé, et l'axe vertical qui donne une mesure. Le titre indique le thème général de ce qui est étudié.

Exemple :



- **En lecture seule** (prélèvement d'une seule information) : *Combien pèse un rhinocéros ? Combien pèse un crocodile marin ? Quel est le plus lourd ?*

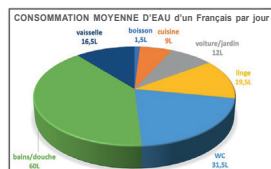
- **En utilisant différentes données du tableau** : *Quel est l'écart de masse entre un crocodile marin et un hippopotame ? Combien un hippopotame pèse-t-il de fois plus qu'un poisson lune ?*

Représentations d'un ensemble constituées de plusieurs portions

► Diagramme circulaire

- Un diagramme circulaire, communément appelé *camembert*, se présente sous la forme d'un disque découpé en un nombre de portions. Il offre une vision globale d'un thème, partagé en différents items retenus pour l'observer plus en détails. Ce type de diagramme est particulièrement adapté pour représenter des fractions, des pourcentages et des proportions. Chaque portion représente la part considérée sur l'ensemble ou un pourcentage, sachant que l'ensemble du cercle correspond à une unité ou à 100 %. Comme pour les autres représentations, il est indispensable de prendre en compte le titre du document.

Exemple :



- **En lecture seule** (prélèvement d'une seule information) : *On considère la répartition de la consommation moyenne d'eau d'un Français par jour (150 litres) entre différents types de consommation (= items). Sept postes de consommation ont été retenus : une couleur par poste est associée à la portion qu'elle représente par rapport à l'ensemble. Ainsi, le poste de consommation d'eau en cuisine est de 9 litres. La portion orange de ce poste est proportionnelle si on considère le cercle dans son ensemble qui, lui, représente le tout (soit 150 litres). Quelle est la quantité d'eau utilisée pour le linge ? Pour la vaisselle ? Pour se laver ?*

- **En utilisant différentes données du tableau** : *Donne sous la forme d'une fraction décimale la part moyenne d'eau dédiée à la boisson par Français ? Calcule le volume d'eau moyen indispensable à la survie d'un Français par jour*.*

* Cette dernière consigne correspond à l'illustration d'un problème à plusieurs étapes qui ajoute une complexité. En effet, la réponse donnée dépendra de l'interprétation de celui qui résout le problème. Cette dimension ne sera abordée avec les élèves qu'à partir du cycle 3.