

## Activité 3 : Diviseurs communs, PGCD

**1.** On veut paver une surface rectangulaire avec des carrés identiques et sans coupe. La longueur du côté des carrés est un nombre entier de centimètres.



**a.** La surface rectangulaire mesure 12 cm par 18 cm.  
Quelle peut être la longueur du côté des carrés ? Y a-t-il plusieurs possibilités ? Que représente(nt) ce(s) nombre(s) pour 12 et 18 ?  
Mêmes questions lorsque la surface rectangulaire mesure 49 cm par 63 cm, puis 27 cm par 32 cm et enfin 21 cm par 84 cm.

**b.** Cherche les dimensions maximales d'un carré pouvant paver une surface rectangulaire de 108 cm par 196 cm.

**2.** Un challenge sportif regroupe 105 filles et 175 garçons. Les organisateurs souhaitent composer des équipes comportant toutes le même nombre de filles et le même nombre de garçons.

Comment peux-tu les aider pour qu'ils puissent constituer un nombre maximal d'équipes ? Donne ensuite le nombre de filles et de garçons dans chaque équipe. Explique ta démarche.

### 3. PGCD

**a.** Dresse la liste des diviseurs de 117 et celle des diviseurs de 273.  
Quel est le plus grand diviseur commun à ces deux nombres ?

On appelle ce nombre le PGCD de 117 et 273 et on le note : PGCD (117 ; 273) ou PGCD (273 ; 117).

**b.** Quel est le PGCD de 14 et 42 ? Que remarques-tu ? Essaie de formuler une règle à partir de ce que tu as observé.

## Activité 4 : Vers la méthode des soustractions successives

### 1. Somme et différence de multiples

**a.** Sans faire de division, explique pourquoi 49 014 est un multiple de 7 et pourquoi 13 est un diviseur de 12 987.

**b.** Démontre la propriété suivante :

« Si  $d$  est un diviseur commun à deux entiers naturels  $a$  et  $b$  avec  $a > b$  alors  $d$  est également un diviseur de  $a + b$  et de  $a - b$ . ».

### 2. Vers la méthode des soustractions successives

**a.** Détermine le PGCD de 75 et 55 puis celui de 55 et  $75 - 55$ .  
Recommence avec celui de 91 et 130 et celui de 91 et  $130 - 91$ .  
Que peux-tu conjecturer ? Si cette conjecture est vraie, quel est son intérêt ?

#### b. La preuve

Soient  $a$  et  $b$  deux entiers naturels avec  $a > b$ . Soient  $d$  le PGCD de  $a$  et  $b$  et  $d'$  le PGCD de  $b$  et  $a - b$ .

- En utilisant la propriété vue au **1.**, explique pourquoi  $d \leq d'$ .
- Montre que  $d'$  est à la fois un diviseur de  $b$ , de  $a - b$  et de  $a$ . Compare  $d$  et  $d'$ .
- Conclus.

**c.** Trouve le PGCD de 2 724 et 714 en utilisant plusieurs fois la propriété précédente.