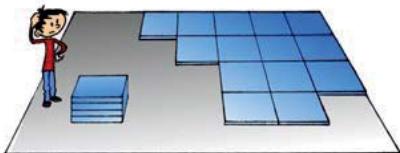


Activité 3 : Diviseurs communs, PGCD

- 1. On veut pavé une surface rectangulaire avec des carrés identiques et sans coupe. La longueur du côté des carrés est un nombre entier de centimètres.
 - a. La surface rectangulaire mesure 12 cm par 18 cm. Quelle peut être la longueur du côté des carrés ? Y a-t-il plusieurs possibilités ? Que représente(nt) ce(s) nombre(s) pour 12 et 18 ? Mêmes questions lorsque la surface rectangulaire mesure 49 cm par 63 cm, puis 27 cm par 32 cm et enfin 21 cm par 84 cm.
 - b. Cherche les dimensions maximales d'un carré pouvant pavé une surface rectangulaire de 108 cm par 196 cm.
- 2. Un challenge sportif regroupe 105 filles et 175 garçons. Les organisateurs souhaitent composer des équipes comportant toutes le même nombre de filles et le même nombre de garçons. Comment peux-tu les aider pour qu'ils puissent constituer un nombre maximal d'équipes ? Donne ensuite le nombre de filles et de garçons dans chaque équipe. Explique ta démarche.
- 3. PGCD
 - a. Dresse la liste des diviseurs de 117 et celle des diviseurs de 273. Quel est le plus grand diviseur commun à ces deux nombres ?
 - On appelle ce nombre le PGCD de 117 et 273 et on le note : PGCD (117 ; 273) ou PGCD (273 ; 117).
 - b. Quel est le PGCD de 14 et 42 ? Que remarques-tu ? Essaie de formuler une règle à partir de ce que tu as observé.



Activité 4 : Vers la méthode des soustractions successives

- 1. Somme et différence de multiples
 - a. Sans faire de division, explique pourquoi 49 014 est un multiple de 7 et pourquoi 13 est un diviseur de 12 987.
 - b. Démontre la propriété suivante : « Si d est un diviseur commun à deux entiers naturels a et b avec $a > b$ alors d est également un diviseur de $a + b$ et de $a - b$. ».
- 2. Vers la méthode des soustractions successives
 - a. Détermine le PGCD de 75 et 55 puis celui de 55 et 75 – 55. Recommence avec celui de 91 et 130 et celui de 91 et 130 – 91. Que peux-tu conjecturer ? Si cette conjecture est vraie, quel est son intérêt ?
 - b. La preuve

Soient a et b deux entiers naturels avec $a > b$. Soient d le PGCD de a et b et d' le PGCD de b et $a - b$.

 - En utilisant la propriété vue au 1., explique pourquoi $d \leq d'$.
 - Montre que d' est à la fois un diviseur de b , de $a - b$ et de a . Compare d et d' .
 - Conclus.
 - c. Trouve le PGCD de 2 724 et 714 en utilisant plusieurs fois la propriété précédente.