

D3 Proportionnalité



1 Situation de proportionnalité

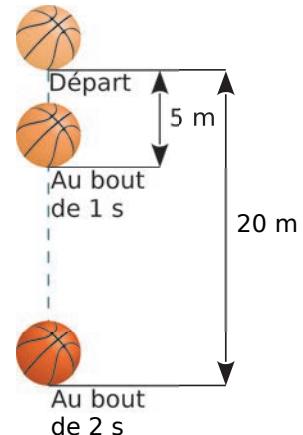
A Grandeurs proportionnelles

Définition

On dit que deux grandeurs sont **proportionnelles** quand les valeurs prises par l'une s'obtiennent en multipliant celles prises par l'autre par un même nombre non nul, appelé **coefficients de proportionnalité**.

Exemples :

- La longueur du côté et le périmètre d'un carré sont proportionnels car le périmètre d'un carré s'obtient en multipliant la longueur de son côté par 4.
- Voici la distance parcourue par un ballon en chute libre. En 1 seconde, il parcourt 5 m et en 2 s, il parcourt 20 m. Pour passer de la durée de chute à la distance parcourue, on ne multiplie pas par un même nombre, donc la durée de chute et la distance parcourue ne sont pas proportionnelles.



B Tableau de proportionnalité

Règle 1

Dans un tableau de proportionnalité, les nombres de la seconde ligne s'obtiennent en multipliant les nombres correspondants de la première ligne par le **coefficients de proportionnalité**.

Exemple :

À la vitesse de 70 km/h, une voiture consomme 5 L aux 100 km.

- La consommation de carburant et la distance parcourue sont **proportionnelles**.
- À cette vitesse, quand la voiture parcourt une distance de 1 km, elle consomme **0,05 L** ($5 \text{ L} \div 100$). On peut regrouper ces résultats dans un tableau de proportionnalité.



Distance parcourue	100	1	15
Consommation (en L)	5	0,05	?

- À cette vitesse, la consommation en litres de carburant est égale au produit du nombre de kilomètres parcourus par **0,05** qui est le **coefficients de proportionnalité**.
- Dans cette situation de proportionnalité, ce coefficient permet de calculer la consommation à partir de la distance parcourue. Par exemple, à cette vitesse et pour **15 km**, la consommation sera de **$15 \times 0,05 = 0,75 \text{ L}$** .

Règle 2 On peut compléter un tableau de proportionnalité à l'aide des propriétés de linéarité.

Exemple : 2 kg de kiwis contiennent 64 g de sucre et 5 kg de kiwis contiennent 160 g de sucre.

Détermine la masse de sucre contenue dans 7 kg, 15 kg et 13 kg de kiwis.



- ▶ On résume ces données dans un tableau de proportionnalité.

Masse de kiwis (en kg)	7	2	5	15	$13 = 15 - 2$
Masse de sucre (en g)	224	64	160	480	$416 = 480 - 64$

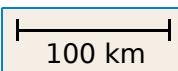
Diagramme montrant les opérations pour compléter le tableau :
 - Pour la ligne 2 (2 kg) : 7 → + → 2 → × 3 → 160 → 480.
 - Pour la ligne 5 (13 kg) : 15 → - → 2 → + → 7 → 224.

2 Échelle

Définition Une **échelle** permet de passer d'une mesure sur un plan, sur une carte ou sur une image à une mesure réelle.

Exemple : Voici une carte de l'Andalousie en Espagne. Quelle est la distance réelle à vol d'oiseau entre les villes de Huelva et Almería, puis entre les villes de Cádiz et Jaén ?

- ▶ La carte dispose d'une échelle graphique qui permet de déterminer les distances dans la réalité.



Le segment mesure 2 cm, ce qui signifie que 2 cm sur la carte représente 100 km dans la réalité.
 On peut le noter également : 2 cm ↔ 100 km
 ce qui équivaut à 1 cm ↔ 50 km.

Pour déterminer la distance entre les villes de Huelva et Almería...

- ① on mesure la distance sur la carte entre les 2 villes : 8 cm
- ② d'après l'échelle graphique, on a : 2 cm ↔ 100 km
 donc 8 cm ↔ 400 km

Pour déterminer la distance entre les villes de Cádiz et Jaén...

- ① on mesure la distance sur la carte entre les 2 villes : 5,2 cm
- ② on a : 1 cm ↔ 50 km
 donc 5,2 cm ↔ 260 km



On peut récapituler ceci dans un tableau.

Distance sur la carte	2 cm	1 cm	8 cm	5,2 cm
Distance réelle	100 km	50 km	400 km	260 km

Diagramme montrant les opérations pour compléter le tableau :
 - Pour la ligne 2 (1 cm) : 2 cm → × 4 → 8 cm → × 50 → 400 km.
 - Pour la ligne 4 (5,2 cm) : 1 cm → × 4 → 5,2 cm → × 50 → 260 km.

D3 Fiche 1 : reconnaître une situation de proportionnalité

1 Dans chaque situation, indique si les deux grandeurs sont proportionnelles ou non.

a. La consommation de carburant d'une moto en fonction du nombre de kilomètres parcourus, sachant qu'elle roule à vitesse constante.

- proportionnelles non proportionnelles

b. L'âge du père en fonction de l'âge du fils.

- proportionnelles non proportionnelles

c. Le poids de Théo en fonction de son âge.

- proportionnelles non proportionnelles

d. Le prix des pommes en fonction de leur masse, sachant que le kilogramme coûte 1,50 €.

- proportionnelles non proportionnelles

e. La quantité d'eau coulant d'un robinet en fonction du temps, sachant que l'eau s'écoule à vitesse constante.

- proportionnelles non proportionnelles

f. Le prix d'un trajet de bus en fonction du nombre de passagers, sachant que le ticket coûte 1,20 €.

- proportionnelles non proportionnelles

2 Résous chaque problème.

a. Ali filme 24 images en 1 seconde avec sa caméra. Combien d'images filme-t-il en 1 minute ?

b. Pascal a 24 dents à 8 ans, combien de dents aura-t-il à 30 ans ?

c. Quelle est l'aire d'un carré de côté 7 cm ?

d. Pour préparer 6 burgers, Maelis achète 750 g de steak haché. Quelle quantité de steak haché doit-elle acheter pour préparer 2 burgers ?

Les deux grandeurs qui interviennent dans chaque problème sont-elles proportionnelles ?

a. b. c. d.

Oui				
Non				

3 Les prix pratiqués par ce cinéma sont-ils proportionnels au nombre de séances ? Justifie.

Nombre de séances	1	4	14
Prix à payer (en €)	8	32	112

4 Alban veut envoyer un colis par Chronopost. Sur internet, il trouve cette grille de tarif (tarifs d'affranchissement au 1^{er} janvier 2025).

Masse jusqu'à	Tarif net
2 kg	35 €
5 kg	40 €
10 kg	49 €
15 kg	58 €
20 kg	67 €
25 kg	76 €
30 kg	85 €



Le tarif d'affranchissement est-il proportionnel à la masse d'un colis ? Justifie.

5 On a répertorié dans un tableau la distance parcourue par une cycliste en fonction de la durée de son trajet.



Durée (en minutes)	10	35	60
Distance (en km)	4	14	24

La distance parcourue est-elle proportionnelle à la durée de son trajet ? Justifie.

D3 Fiche 2 : résoudre des problèmes de proportionnalité

1 Sarah boit 2 L d'eau par jour.
Combien d'eau boit-elle en 5 jours ?

2 Le prix du kilogramme de girolles est de 35 €.
a. Combien coutent 2 kg de girolles ?

b. Quelle quantité de girolles peut-on acheter avec 210 € ?

3 Pour faire de la confiture, Billy a besoin de 600 g de sucre par kilogramme de fruits.



- a. Il a cueilli 7 kg de fruits. De quelle quantité de sucre a-t-il besoin pour faire sa confiture ?
- b. Il a 3 kg de sucre. De quelle quantité de fruits a-t-il besoin pour faire sa confiture ?

4 Luc récolte 74 tonnes de blé sur 10 hectares.
Combien de tonnes récolte-t-il sur 5 hectares ?

- 5** Avec 2 L de peinture, Léna peint 25 m².
a. Quelle surface peint Luc avec 8 L de peinture ?
- b. Quelle quantité de peinture faut-il à Luc pour peindre 75 m² ?

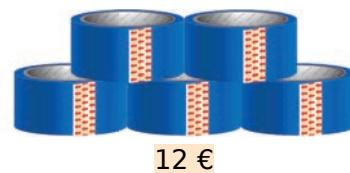
6 La pâtissière a pesé ses beignets et a trouvé :



Combien pèse(nt) :

- a. 5 beignets ?
- b. 6 beignets ?
- c. 10 beignets ?
- d. 1 beignet ?

7 Au magasin, on trouve des rouleaux de ruban adhésif en deux lots différents.



Quel est le prix de :

- a. 8 rouleaux ?
- b. 2 rouleaux ?
- c. 30 rouleaux ?
- d. 1 rouleau ?

8 Une photo a une taille de 10 cm × 15 cm. On procède à des retirages de cette photo en réduction et en agrandissement.



Calcule la dimension manquante (largeur ou longueur) des retirages de cette photo.

a. L'agrandissement : ... cm × 30 cm

b. L'agrandissement : 30 cm × ... cm

c. La réduction : 9 cm × ... cm

D3 Fiche 3 : représenter une situation de proportionnalité

1 La vitamine C aide à réduire la fatigue et participe aux défenses de l'organisme. Les besoins en vitamine C sont de 110 mg par jour pour les adultes. Elle est principalement apportée par les fruits et les légumes.

Voici quelques exemples ci-dessous.



Quelle quantité de chaque fruit un adulte doit-il consommer pour combler ses besoins journaliers en vitamine C ? Suis le modèle pour répondre.

a. pour la goyave :

$$\begin{array}{l} 100 \text{ g consommés} \\ \longrightarrow 220 \text{ mg C} \\ \longrightarrow 110 \text{ mg C} \end{array}$$

b. pour l'orange :

c. pour la framboise :

2 La fréquence cardiaque au repos (FCR) est le nombre de battements du cœur par minute. On souhaite calculer la FCR de 3 personnes.

À quelle FCR, exprimée en battements par minute, correspond chacune des données ?

a. Complète le tableau en détaillant les calculs.

	Nombre de battements	Durée	FCR en battements par minute
Pierre	40	30 secondes	
Marie	20	20 secondes	
Paul	18	15 secondes	

b. Range ces 3 personnes dans l'ordre croissant de leur FCR.

3 Pour réaliser 30 crêpes, il faut 500 g de farine, 6 œufs, 1 litre de lait et 50 g de beurre. Tu pourras utiliser le tableau pour t'aider à répondre aux questions.

Nombre de crêpes	Farine	Nombre d'œufs	Lait	Beurre
30	500 g	6	1 L	50 g

a. Quels sont les ingrédients nécessaires pour réaliser 15 crêpes ?

b. Même question pour réaliser 75 crêpes.

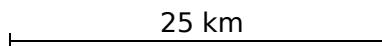
c. Combien de crêpes, au maximum, peut-on réaliser avec 400 g de farine, 4 œufs, 0,4 L de lait et 40 g de beurre ?

D3 Fiche 4 : calculer avec les échelles

- 1** On considère les échelles graphiques suivantes. Complète les phrases.

a.		1 cm sur le plan représente dans la réalité.
b.	 cm sur le plan représente dans la réalité.
c.	 cm sur le plan représente dans la réalité.
d.	 cm sur le plan représente dans la réalité.

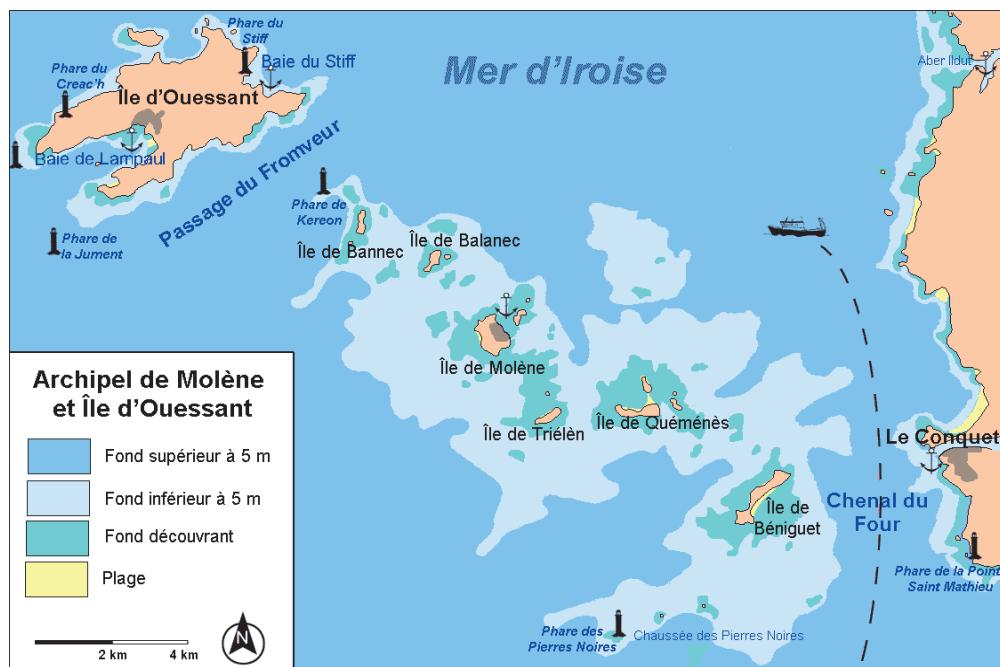
- 2** Sur une carte routière, on trouve cette échelle graphique.
Quelle est la distance réelle pour une distance de 7,8 cm sur la carte ?



- 3** On considère cette carte de la Mer d'Iroise.

- a. Dans la réalité, quelle est la distance entre le *phare de la Jument* et le *phare des Pierres Noires* ?

- b.** Même question entre le *phare de Kereon* et le *phare du Creac'h* ?



- 4** Quelle est la taille réelle de cet insecte sur la photo (de l'arrière de son corps à l'extrémité de ses antennes) ?



- 5** Voici le plan du rez-de-chaussée d'une maison.
Complète les dimensions réelles manquantes.

