

Nombres entiers N1



g5.re/254



g5.re/eb7



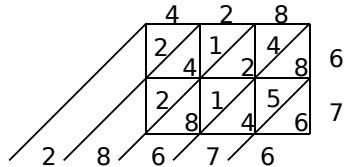
g5.re/xam

Activité 1 La multiplication «per gelosia»

Cette méthode de multiplication figurait dans un ouvrage de Fibonacci de 1202.

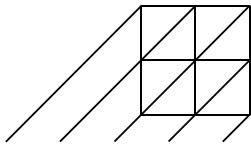
À la fin du Moyen Âge, on surnomma cette technique « per gelosia », en allusion aux « fenêtres à jalouse » sur lesquelles le soleil marquait une ombre diagonale, et par lesquelles on pouvait voir sans être vu.

Voici comment on calculait 428×67 .

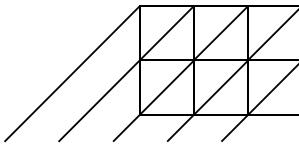


- Explique cette technique et compare-la avec la méthode de multiplication que tu connais.
- Utilise cette méthode pour calculer...

① 25×41



② 522×98



③ 387×19

④ 964×309



- Donne un ordre de grandeur de chaque produit. Les résultats obtenus à la question précédente sont-ils cohérents avec ces ordres de grandeur ?

Activité 2 Vers la division euclidienne

a) Écris les vingt premiers multiples de 24.

b) Sans poser d'opération, déduis-en le résultat de la division de...

① 264 par 24

② 408 par 24

③ 456 par 24

Qu'ont ces divisions en commun ?

Déduis-en une égalité entre le quotient, le dividende et le diviseur.

1 × 24 = 24
2 × 24 = 48

c) Sans poser d'opération, détermine le quotient et le reste des divisions suivantes.

① 365 par 24

② 400 par 24

③ 164 par 24

Déduis-en une égalité entre le quotient, le dividende, le diviseur et le reste.

d) On considère la division euclidienne de 12 602 par 24.

- Donne un ordre de grandeur du résultat.

- À l'aide de la calculatrice, et sans te servir de la touche , donne un encadrement du quotient à la centaine, à la dizaine, puis à l'unité.

1 Les grands nombres

Règle Pour pouvoir lire les grands nombres entiers facilement, on regroupe les chiffres par **tranches de trois en partant de la droite**.

Exemple : 1049658723 s'écrit 1 049 658 723.

- Écris ce nombre en toutes lettres.
 - Décompose ce nombre.
 - Donne le nom de chaque chiffre.
 - Quel est le nombre de millions de ce nombre ?
- On peut utiliser un tableau.

Classe des milliards			Classe des millions			Classe des milliers			Classe des unités		
Centaines C	Dizaines D	Unités U	Centaines C	Dizaines D	Unités U	Centaines C	Dizaines D	Unités U	Centaines C	Dizaines D	Unités U
		1	0	4	9	6	5	8	7	2	3

- Ce nombre s'écrit : un-**milliard**-quarante-neuf-**millions**-six-cent-cinquante-huit-**mille**-sept-cent-vingt-trois.
- Il se décompose comme ci-dessous :

$$1\ 049\ 658\ 723 = (1 \times 1\ 000\ 000\ 000) + (4 \times 10\ 000\ 000) + (9 \times 1\ 000\ 000)$$

$$+ (6 \times 100\ 000) + (5 \times 10\ 000) + (8 \times 1\ 000) + (7 \times 100) + (2 \times 10) + (3 \times 1)$$
- 0 est le chiffre des centaines de millions 5 est le chiffre des dizaines de mille
 1 est le chiffre des unités de milliards 6 est le chiffre des centaines de mille
 2 est le chiffre des dizaines 7 est le chiffre des **centaines**
 3 est le chiffre des unités 8 est le chiffre des unités de mille
4 est le chiffre des **dizaines de millions** 9 est le chiffre des unités de millions
- Le nombre de millions est **1 049**. À ne pas confondre avec le chiffre des millions qui est 9.

2 Addition, soustraction, multiplication

Définitions

- Les nombres que l'on additionne s'appellent les **termes**.
- Le résultat d'une addition s'appelle la **somme**.

Définitions

- Les nombres que l'on soustrait s'appellent les **termes**.
- Le résultat d'une soustraction s'appelle la **différence**.

Remarque : On ne peut pas changer les termes de place dans une soustraction.

Définitions

- Les nombres que l'on multiplie s'appellent les **facteurs**.
- Le résultat d'une multiplication s'appelle le **produit**.

Propriétés

- Dans une addition, on a le droit de **regrouper** ou de **changer** des termes de place.
- Dans une multiplication, on a le droit de **regrouper** ou de **changer** des facteurs de place.

Exemples :

- $46 + 37 + 54 + 63 = (46 + 54) + (37 + 63) = 200$
 ► $4 \times 56 \times 25 = (4 \times 25) \times 56 = 100 \times 56 = 5600$

3 Division euclidienne**Règle**

Dans une division euclidienne, on a toujours :

$$\text{dividende} = (\text{diviseur} \times \text{quotient}) + \text{reste} \text{ avec } \text{reste} < \text{diviseur}.$$

Exemple : Pose la division de 893 par 13.

dividende	8	9	3	1	3	diviseur
-	7	8		6	8	quotient
			1	1	13	
			-	1	10	
reste	0	0	9			

$893 = (13 \times 68) + 9$ avec $9 < 13$

4 Multiples et diviseurs d'un nombre entier**A Multiples et diviseurs d'un nombre entier**

Définitions Soient a et b deux nombres entiers.

- a est un **multiple** de b si a est le produit de b par un nombre entier.
- b est alors un **diviseur** de a .

Exemple : Soit l'égalité $3577 = 49 \times 73$. Fais une phrase avec les mots **multiple** et **diviseur**.

- 3577 est un **multiple** de 49. (Et de 73 aussi !)
 ► 49 est un **diviseur** de 3577. On dit aussi « 3577 est **divisible** par 49 » ou « 49 **divise** 3577 ».

B Critères de divisibilité**Règles**

- Un nombre entier est **divisible par 2** (pair) si son chiffre des unités est 0, 2, 4, 6 ou 8.
- Un nombre entier est **divisible par 5** si son chiffre des unités est 0 ou 5.
- Un nombre entier est **divisible par 10** si son chiffre des unités est 0.

Exemple : On considère le nombre 23 928. Est-il divisible par 2 et 5 ?

- Son chiffre des unités est 8 donc 23 928 est **divisible par 2**.
 ► Son chiffre des unités n'est ni 0 ni 5 donc 23 928 n'est **pas divisible par 5**.

EXERCICES ☆

Numération

1 Écris en toutes lettres les nombres suivants.

- | | |
|---------------------|-------------------------|
| a. 1 496 | d. 1 219 275 200 |
| b. 184 184 | e. 1 000 000 496 |
| c. 1 000 496 | f. 132 854 780 |

2 Écris en toutes lettres les nombres suivants.

- | | |
|-------------------------|-------------------------|
| a. 7 004 | d. 3 000 007 412 |
| b. 900 700 | e. 3 000 412 007 |
| c. 3 412 000 007 | f. 50 400 090 |

3 Écris en chiffres les nombres suivants.

- a.** Quatre-vingt-trois-mille-neuf-cent-cinquante ;
- b.** Huit-millions-trois-cent-mille-cinq-cents ;
- c.** Cent-trente-six-millions-huit-cent-quatre-vingt-treize-mille-sept-cent-cinquante-cinq ;
- d.** Neuf-milliards-cent-neuf-millions-trois-cent-douze-mille-quatre-cent-vingt-sept.

4 Écris en chiffres les nombres suivants.

- a.** Cinquante-mille-un ;
- b.** Deux-millions-mille-trois ;
- c.** Un-milliard-un-million-cent-mille-cent ;
- d.** Cinq-cent-cinq-milliards-quatre-vingt-seize-millions-trente-mille-cinquante.

5 Pour le nombre 7 234 591 680, quel est...

- a.** le chiffre des centaines de mille ?
- b.** le chiffre des unités de milliards ?
- c.** le chiffre des dizaines de millions ?
- d.** le chiffre des centaines de millions ?

6 Complète. Pour le nombre 9 100 345 762 ...

- a.** 9 est le chiffre des... **c.** 1 est le chiffre des...
- b.** 2 est le chiffre des... **d.** 3 est le chiffre des...

7 Recopie et complète les égalités.

- a.** 4 milliards et 54 millions = ... millions ;
- b.** 14 milliers et 3 dizaines = ... dizaines ;
- c.** ... centaines = 330 milliers ;
- d.** 4 millions et ... milliers = 4 038 milliers.

8 Donne l'écriture en chiffres des nombres entiers suivants.

- a.** $(7 \times 1\ 000) + (5 \times 100) + (2 \times 10) + 8$
- b.** $(1 \times 1\ 000\ 000) + (1 \times 100) + 1$
- c.** $(3 \times 100\ 000\ 000) + (7 \times 1\ 000) + (4 \times 10)$
- d.** $(5 \times 1\ 000\ 000\ 000) + (4 \times 100\ 000) + 3$

9 Décompose les nombres ci-dessous comme dans l'exercice précédent.

- a.** 50 907 604
- b.** 2 000 350 007
- c.** Soixante-dix-sept-milliards-huit-cent-douze
- d.** Huit-cent-douze-milliards-soixante-dix-sept

10 On donne le nombre 4 123 054. Quel nouveau nombre obtiens-tu si tu lui ajoutes...

- a.** 3 centaines de milliers ?
- b.** 387 centaines ?
- c.** 54 centaines et 54 dizaines ?

11 En 2007, une étude a montré que la population mondiale se répartissait de la manière suivante.

(source : Wikipédia)

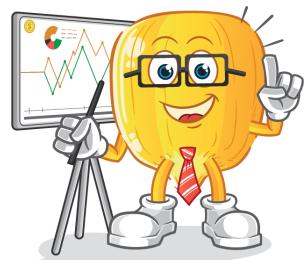
Continent	Population en millions
Afrique	965
Amérique	Neuf-cent-onze
Asie	4 030
Europe	731
Océanie	Trente-quatre

a. Donne l'écriture, en chiffres, de toutes les populations citées dans le tableau.

b. Classe les continents par ordre croissant de leur population.

12 En 2023, le PIB de la Pologne est de 751 milliards d'euros (751 M€), celui de la Slovaquie est de 123 M€ et celui de la Roumanie est 325 M€.

- a.** Réécris le texte en écrivant les nombres en toutes lettres.
- b.** Classe ces PIB dans l'ordre décroissant.



EXERCICES ☆

Division euclidienne

26 Calcul mental

- | | |
|------------------|----------------------------|
| a. $630 \div 9$ | e. $250\,000 \div 50\,000$ |
| b. $720 \div 80$ | f. $3\,000 \div 125$ |
| c. $260 \div 13$ | g. $4\,000 \div 250$ |
| d. $420 \div 3$ | h. $625 \div 25$ |

- 27 Écris la division euclidienne correspondant à chacune de ces phrases.

- a. Le quotient de 745 par 7 est 106 et le reste est 3.
b. Le dividende est 78, le diviseur est 9, le quotient 8 et le reste 6.

- 28 On donne les égalités : $415 = 7 \times 59 + 2$ et $56 \times 57 = 3\,192$. Sans effectuer de calcul, donne le quotient et le reste des divisions euclidiennes suivantes.

- | | |
|---------------|-----------------|
| a. 415 par 7 | c. 3 192 par 56 |
| b. 415 par 59 | d. 3 192 par 57 |

- 29 On donne l'égalité $1\,211 = 85 \times 14 + 21$.

- a. Cette égalité traduit-elle la division euclidienne de 1 211 par 85 ? Justifie.
b. Cette égalité traduit-elle la division euclidienne de 1 211 par 14 ? Justifie.

- 30 On donne l'égalité $287 = 34 \times 8 + 15$. Sans effectuer de division...

- a. détermine le quotient et le reste de la division euclidienne de 287 par 8 ;
b. détermine le quotient et le reste de la division euclidienne de 280 par 8.

- 31 Les égalités suivantes représentent-elles des divisions euclidiennes ? Si oui, précise laquelle (lesquelles). Justifie.

- | | |
|---------------------------|------------------------------|
| a. $29 = 6 \times 4 + 5$ | d. $5 \times 18 + 5 = 95$ |
| b. $78 = 2 \times 39$ | e. $58 = 56 + 2$ |
| c. $79 = 6 \times 8 + 31$ | f. $674 = 50 + 52 \times 12$ |

- 32 Le CDI du collège a passé une commande de 25 dictionnaires à 18 € l'unité et 20 atlas. La facture totale s'élève à 750 €. Quel est le prix d'un atlas ?

- 33 Recopie et effectue chaque division euclidienne, puis écris l'égalité correspondante.

a.	b.	c.
$7\ 9\ 8$	$6\ 5\ 9\ 4$	$4\ 2\ 1\ 4$
⋮	⋮	⋮

- 34 Pose et effectue les divisions euclidiennes suivantes.

- a. 7 549 par 61 b. 1 941 par 27

35 Technique et vocabulaire

- a. Quel est le quotient de la division euclidienne de 3 402 par 17 ?
b. Quel est le reste de la division euclidienne de 71 106 par 92 ?

36 Tableur

- a. Reproduis le tableau ci-dessous dans une feuille de calcul.

	A	B	C	D
1	dividende	diviseur	quotient	reste
2		17	22	6
3		34	33	32
4		115	57	114
5		41	807	16

- b. Programme la cellule A2 pour qu'elle calcule le dividende de la division euclidienne.

- c. Recopie cette formule vers le bas pour obtenir le dividende de chacune des autres divisions.

- d. Reproduis le tableau rempli sur ton cahier.

- 37 Un viticulteur veut mettre 18 100 L de vin en bouteilles de 3 L. Combien de bouteilles pourra-t-il remplir ?

- 38 Pour la fête de l'école, Simon prépare des sacs contenant 12 bonbons chacun. Il a 1 000 bonbons en tout. Combien de sacs peut-il remplir entièrement ?

- 39 Dans un collège, 163 élèves sont inscrits à l'UNSS. Le responsable veut acheter un maillot pour chacun des inscrits. Les maillots sont vendus par lot de 14.

- a. Combien de lots doit-il acheter ?
b. Combien de maillots ne seront pas distribués ?

EXERCICES ☆

48 Multiples communs (2)

- a. Trouve quatre multiples à la fois de 3 et de 5. Sont-ils tous des multiples de 15 ?
- b. Trouve quatre multiples à la fois de 3 et de 6. Sont-ils tous des multiples de 18 ?

49 Encadrement

- a. Encadre 56, puis 88, par deux multiples consécutifs de 3.
- b. Encadre 125, puis 155, par deux multiples consécutifs de 4.
- c. Encadre 723, puis 911, par deux multiples consécutifs de 5.

- 50 Écris la division euclidienne de 126 par 7, puis déduis-en quatre diviseurs de 126.

- 51 À l'aide de la calculatrice, trouve parmi les nombres suivants des diviseurs de 18 144.

- a. 18 c. 54 e. 182
b. 49 d. 63 f. 252

- 52 À l'aide de la calculatrice, trouve parmi les nombres suivants ceux qui ont 29 pour diviseur.

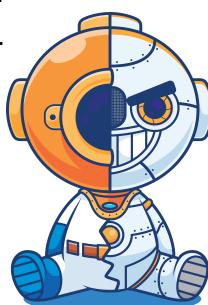
- a. 129 c. 725 e. 1 711
b. 532 d. 753 f. 841

- 53 Écris tous les diviseurs de...

- a. 14 b. 30 c. 24

54 Diviseurs communs

- a. Écris tous les diviseurs de 16.
b. Écris tous les diviseurs de 20.
c. Entoure les diviseurs communs à 16 et 20. Que remarques-tu ?



- 55 Même énoncé qu'à l'exercice précédent pour les nombres 24 et 18.

- 56 On donne l'égalité suivante : $288 = 8 \times 36$.

- a. Écris 4 phrases avec le mot « multiple ».
b. Écris 4 phrases avec le mot « diviseur ».

Critères de divisibilité

- 57 Le nombre 1 605 est-il divisible par les nombres suivants ? Justifie chaque réponse.

- a. 2 b. 5 c. 10

- 58 Dans chaque cas, recopie la liste suivante.

24 25 544 600 173 240

- a. Entoure les nombres divisibles par 2.
b. Entoure les nombres divisibles par 5.
c. Entoure les nombres divisibles par 10.

- 59 Reproduis, puis complète le tableau par Oui ou Non.

	Le nombre ci-dessous est-il divisible par...	2 ?	5 ?	10 ?
a.	615			
b.	990			
c.	416			
d.	293			
e.	548			
f.	1 785			

- 60 Même énoncé qu'à l'exercice précédent.

	Le nombre ci-dessous est-il divisible par...	2 ?	5 ?	10 ?
a.	10			
b.	105			
c.	106			
d.	125			
e.	200			
f.	1 577			

61 Vrai ou faux ?

Réponds par Vrai ou Faux et justifie.

- P.1. Tout nombre divisible par 10 est divisible par 2.
P.2. Tout nombre divisible par 2 est divisible par 10.
P.3. 20 a autant de diviseurs que de multiples.
P.4. 25 est un multiple commun à 5 et à 2.

62



Somme de Gauss

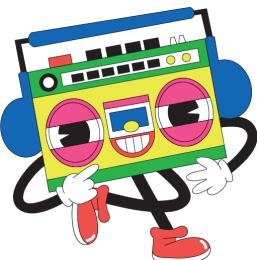
- Calcule la somme des trois premiers entiers, puis des quatre premiers entiers, puis des cinq premiers entiers.
- Si tu connais la somme des 15 premiers entiers, comment calcules-tu facilement la somme des 16 premiers entiers ?
- Dans un tableur, affiche les 20 premiers entiers non nuls dans la colonne A.
- Dans la cellule B1, tape 1. Dans la cellule B2, écris la formule $=B1+A2$. Recopie ensuite cette formule vers le bas jusqu'en B20.
- Qu'obtiens-tu dans la colonne B ? Explique pourquoi et compare avec les résultats du a.
- Programme la colonne C pour qu'elle calcule le double de la colonne B.
- Observe les résultats des colonnes A et C. Que remarques-tu ?
- Aide-toi de la question g pour trouver, de tête, la somme des 40 premiers entiers. Vérifie ton résultat à l'aide du tableur.

Calcule de tête la somme des 999 premiers entiers, en appliquant la formule que tu as découverte et qui a été démontrée par le mathématicien Gauss.

63

Aire et périmètre

- L'aire d'un rectangle est 24 cm^2 . Quelles peuvent être ses dimensions entières ? Écris toutes les possibilités.
- Le périmètre d'un rectangle est 24 cm. Quelles peuvent être ses dimensions entières ? Écris toutes les possibilités.
- Quelles sont les dimensions entières d'un rectangle d'aire 36 cm^2 et de périmètre 30 cm ? Combien y a-t-il de possibilités ?



64

Lou dispose de 48 roses et 56 tulipes. Elle veut réaliser des bouquets, tous identiques, et utiliser toutes ses fleurs.

- Donne les différentes possibilités.
- Elle souhaite faire le plus possible de bouquets. Indique alors la composition et le nombre de bouquets à réaliser.

65

Recopie et complète la grille à l'aide des nombres que tu trouveras grâce aux définitions.

	A	B	C	D
I				
II				
III				
IV				



Horizontalement

I : Multiple de 4 et de 7. Ses seuls diviseurs sont 1 et 3.

II : Divisible par 3 et 7.

III : Chiffre des unités d'un multiple de 10. Ce nombre est divisible par 10 si on lui ajoute 1.

IV : Diviseur commun à tous les entiers. Le reste de la division euclidienne de 124 par 10.

Verticalement

A : Somme de 103 et de 107.

B : Multiple de 12 et de 7. Le quotient de la division euclidienne de 27 par 14.

C : Double de 36.

D : Différence de 7 et de 4. Produit de 47 par 2.

66

Tableur

Voici un tableau donnant l'écriture des premiers nombres entiers en base 2.

Base 10	0	1	2	3	4
Base 2	0	1	10	11	100

5	6	7	8	9	10
101	110	111	1 000	1 001	1 010

a. Quels chiffres sont utilisés pour écrire les nombres en base 2 et comment ces nombres sont-ils construits ?

b. Comment écrire 11 en base 2 ?
Poursuis le tableau jusqu'à 20.

c. Dans une feuille de calcul, écris les entiers jusqu'à 40 dans la colonne A. Utilise la fonction du tableur qui transforme un nombre décimal (base 10) en nombre écrit en base 2, et écris les 41 premiers nombres en base 2 dans la colonne B.

d. Vérifie les résultats que tu as obtenus à la question b.