



g5.re/2ww



g5.re/2kn

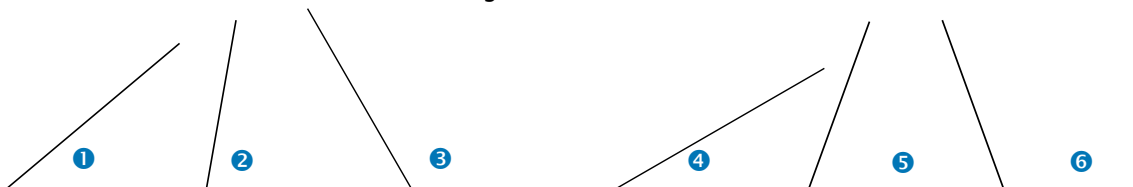
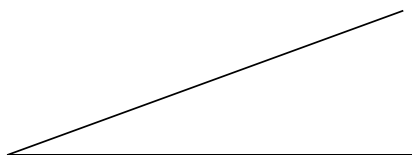


g5.re/rz6

### Activité Mesure d'angles en degrés

#### a Première approche de la mesure d'un angle

- Décalle l'**angle** ci-contre et découpe-le pour l'utiliser comme **gabarit**. On prend la mesure de cet angle pour unité.
- Utilise le gabarit pour construire un angle deux fois plus grand. Dans cette partie, on dira que ce nouvel angle a une mesure de deux unités. De la même façon, construis un angle de mesure trois unités, puis un angle de mesure cinq unités.
- Détermine, en unités, la mesure des angles ①, ② et ③ ci-dessous.

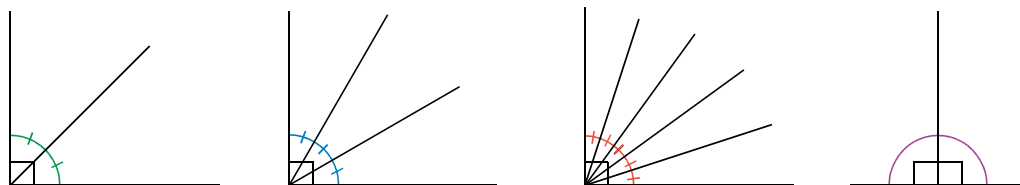


- Donne un encadrement, en unités, de la mesure des angles ④, ⑤ et ⑥. Cette unité est-elle pratique pour mesurer les angles ? Pourquoi ?

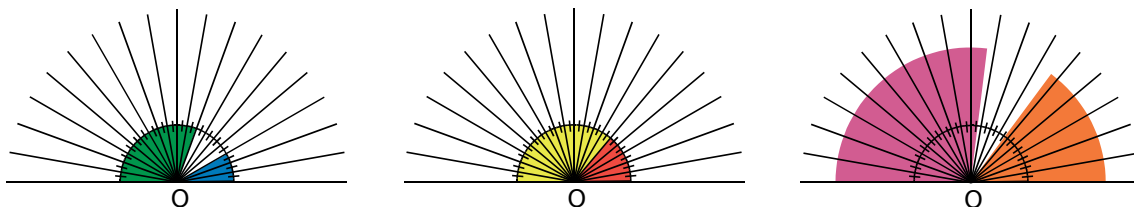
#### b Mesure en degrés

Le degré est une unité d'angle plus pratique que la précédente. Voici un angle dont la mesure est  $1^\circ$ . Cette mesure a été choisie de telle manière qu'un angle droit mesure  $90^\circ$ .

- Parmi les nombres entre 2 et 10, trouve ceux qui sont des diviseurs de 90.
- Si on coupe un **angle droit** ( $90^\circ$ ) en deux angles de même mesure, quelle est alors la mesure de chacun des angles ? Même question si on le coupe en trois, puis en cinq angles de même mesure. (Voir les trois premières figures ci-dessous.)



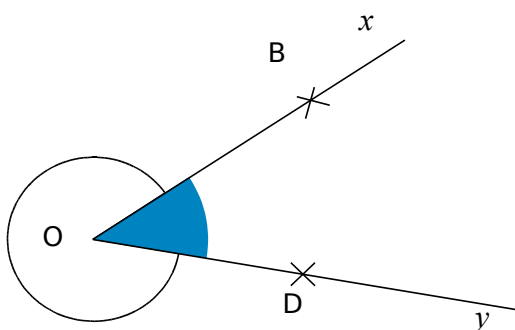
- Quelle est la mesure d'un **angle plat** (angle violet, dernière figure ci-dessous) qui est formé de deux angles droits **adjacents** ? On partage un angle plat en 18 angles de même mesure. Quelle est la mesure de chaque angle ?
- Détermine la mesure des angles marqués en bleu, vert, rouge et jaune ci-dessous. Donne un encadrement des angles marqués en violet et orange.



## 1 Notion d'angle

### A Généralités

**Définition** Un **angle** est une portion de plan délimitée par deux demi-droites de même origine.



#### Vocabulaire

- Le point O est le **sommet** de l'angle.
- Les demi-droites  $[Ox)$  et  $[Oy)$  sont les **côtés** de l'angle.

#### Définitions

- La portion du plan coloriée en bleu est un angle **saillant**.
- La portion du plan non coloriée est un angle **rentrant**.

### B Nommer un angle

#### Exemple 1 :

Comment se nomme l'angle bleu ci-contre ?

- Il peut se nommer de différentes manières (le plus souvent avec trois lettres, celle du milieu est toujours le sommet de l'angle) :

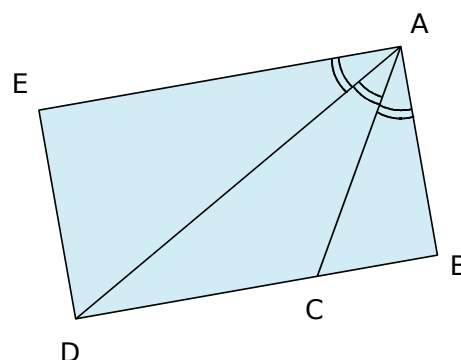
$\widehat{xOy}$  ou  $\widehat{yOx}$  ou  $\widehat{BOD}$  ou  $\widehat{DOB}$   
ou  $\widehat{BOy}$  ou  $\widehat{yOB}$  ou  $\widehat{DOx}$  ou  $\widehat{xOD}$ .

#### Remarque :

Des angles de même mesure sont codés avec le **même symbole** (comme pour les longueurs).

#### Exemple 2 :

Quels sont les angles de même mesure ?



- Ils sont codés avec le même symbole.  
On a donc :  $\widehat{EAD} = \widehat{DAC} = \widehat{CAB}$ .

## 2 Différents types d'angles

On classe les angles par catégories selon leur mesure.

Angle	Nul	Aigu	Droit	Obtus	Plat	Rentrant	Plein
Figure							
Mesure	$0^\circ$	entre $0^\circ$ et $90^\circ$	$90^\circ$	entre $90^\circ$ et $180^\circ$	$180^\circ$	entre $180^\circ$ et $360^\circ$	$360^\circ$
Position des côtés	confondus		Perpendiculaires		dans le prolongement l'un de l'autre		confondus

Angles **saillants**

### 3 Utilisation du rapporteur

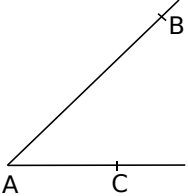
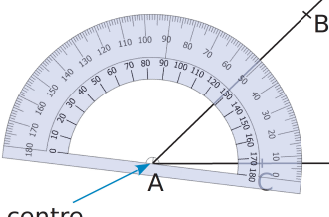
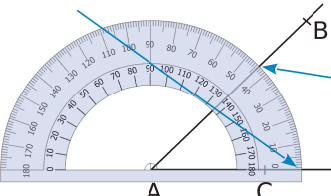
#### Définitions

On peut mesurer « l'ouverture » d'un angle. L'unité que l'on utilise au collège est le **degré**.

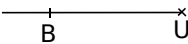
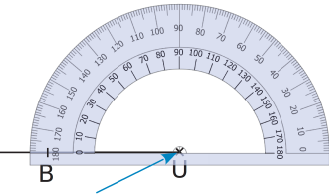
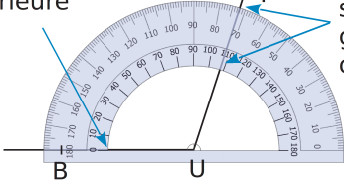
L'instrument qui permet de mesurer des angles est le **rapporteur**.

**Remarque :** Un **rapporteur** gradué en degrés a souvent une double graduation qui va de **0 à 180 degrés** et qui est source de nombreuses erreurs. Il conviendra donc de bien observer si l'angle qu'on étudie est aigu ou obtus.

**Exemple 1 :** Détermine la mesure de l'angle  $\widehat{CAB}$ .

	 <p>centre</p>	<p>0 de la graduation extérieure</p>  <p>On lit sur la même graduation : <math>44^\circ</math>.</p>
<p>On veut mesurer l'angle <math>\widehat{CAB}</math>.</p>	<p>On place le <b>centre</b> du rapporteur sur le <b>sommet</b> de l'angle.</p>	<p>On place un zéro du rapporteur sur le côté [AC]. La mesure de l'angle est donnée par l'autre côté de l'angle sur la même échelle de graduation.</p>

**Exemple 2 :** Construis un angle  $\widehat{BUT}$  tel que  $\widehat{BUT} = 108^\circ$ .

	 <p>centre</p>	<p>0 de la graduation intérieure</p>  <p>On lit <math>108^\circ</math> sur la même graduation, on affine avec l'autre graduation.</p>
<p>On trace d'abord une demi-droite [UB].</p>	<p>On place le <b>centre</b> du rapporteur sur le point U. On place un zéro du rapporteur sur le côté [UB].</p>	<p>On marque, d'un petit <b>trait-repère</b>, <math>108^\circ</math>. On trace la demi-droite d'origine U passant par le <b>trait-repère</b>. On place un point T sur cette demi-droite.</p>

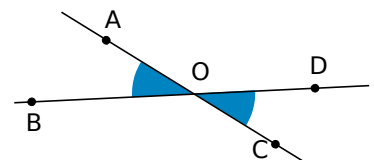
### 4 Paire d'angles particuliers

#### A Angles opposés par le sommet

**Définition** Deux angles **opposés par le sommet** sont deux angles qui ont un sommet commun et qui ont leurs côtés dans le prolongement l'un de l'autre.

**Exemple :**

- Les angles  $\widehat{AOB}$  et  $\widehat{COD}$  ont comme sommet commun le point O et ont leurs côtés dans le prolongement l'un de l'autre. Ils sont donc **opposés par le sommet**.



## Propriété

Deux angles **opposés par le sommet** sont de même mesure.

### Exemple :

- Dans la figure précédente, les angles  $\widehat{AOB}$  et  $\widehat{COD}$  sont de même mesure ainsi que les angles  $\widehat{AOD}$  et  $\widehat{COB}$ .

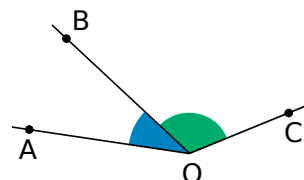
## B Angles adjacents

### Définition

Deux angles **adjacents** sont deux angles qui ont un sommet commun, un côté commun et qui sont situés de part et d'autre de ce côté commun.

### Exemple :

- Les angles  $\widehat{AOB}$  et  $\widehat{BOC}$  ont comme sommet commun le point O, comme côté commun la demi-droite [OB) et sont placés de part et d'autre de [OB) : ils sont donc **adjacents**.



## C Angles supplémentaires

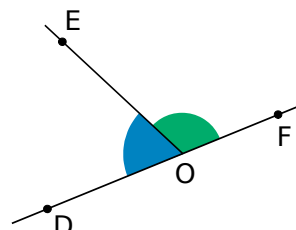
### Définition

Deux angles **supplémentaires** sont deux angles dont la somme de leur mesure fait  $180^\circ$ .

### Exemple :

- Les angles adjacents  $\widehat{DOE}$  et  $\widehat{EOF}$  partagent un angle plat. Leur somme est donc égale à  $180^\circ$ . Ils sont donc **supplémentaires**.

**Remarque :** Deux angles supplémentaires et adjacents forment un angle plat. Cette méthode peut donc être utilisée pour montrer que des points sont alignés.

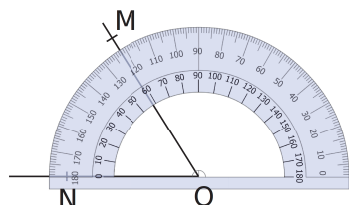


## 5 Bissectrice d'un angle saillant

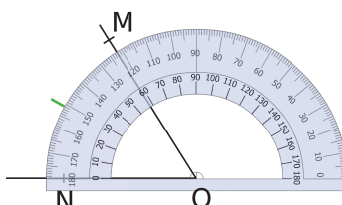
### Définition

La **bissectrice d'un angle saillant** est la droite qui partage cet angle en deux angles adjacents de même mesure.

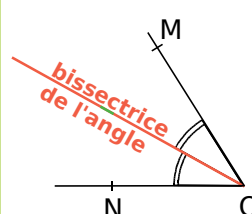
**Exemple :** Construis la bissectrice de l'angle  $\widehat{MON}$  avec un rapporteur.



Pour construire la **bissectrice** de l'angle  $\widehat{MON}$ , on commence par le mesurer à l'aide du rapporteur. Il mesure  $58^\circ$ .



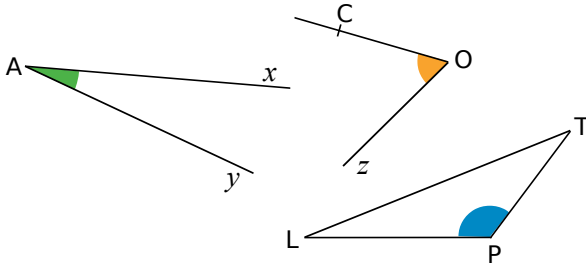
On prend la moitié de cette mesure, ce qui donne  $29^\circ$ , et on trace un **trait-vert**.



On trace la droite passant par O et ce **trait-vert**. Cette droite est la **bissectrice de l'angle**.

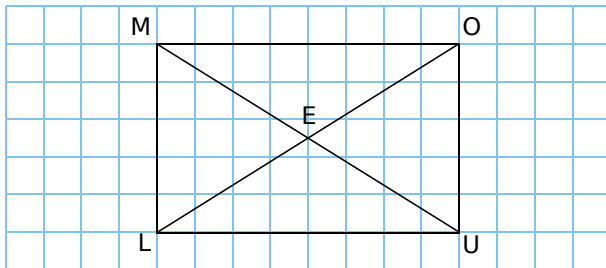
## Vocabulaire

1 Recopie et complète le tableau ci-dessous.



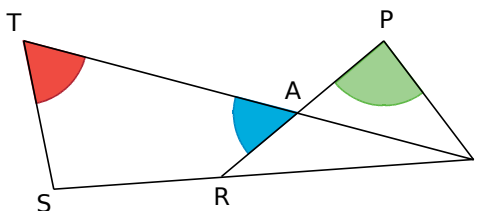
Angle	vert	orange	bleu
Nom			
Sommet			
Côtés	... et ...		

2 Reproduis une figure analogue à celle-ci.



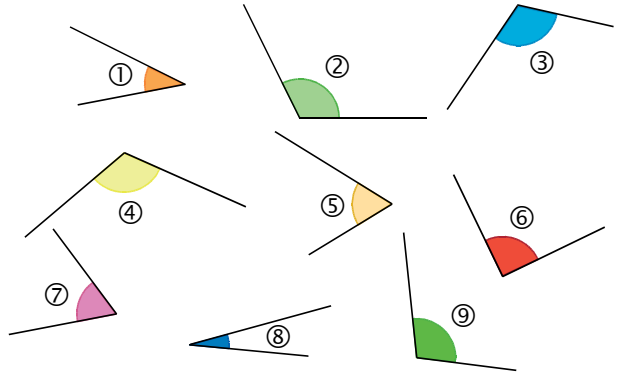
- Code en bleu l'angle  $\widehat{OME}$ .
- Code en rouge l'angle  $\widehat{MOE}$ .
- Code en vert l'angle  $\widehat{OUE}$ .
- Nomme les angles dont le sommet est L et un côté est [LU].
- Nomme les angles dont le sommet est O et un côté est [OL].

3 Sur la figure ci-dessous, les points T, A et I sont alignés ainsi que les points P, A et R.

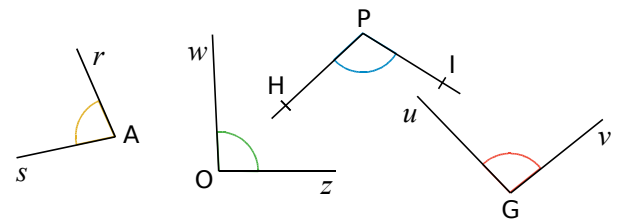


- Pour chacun des angles colorés, donne les différentes façons de le nommer.
- Nomme tous les angles ayant pour sommet I.

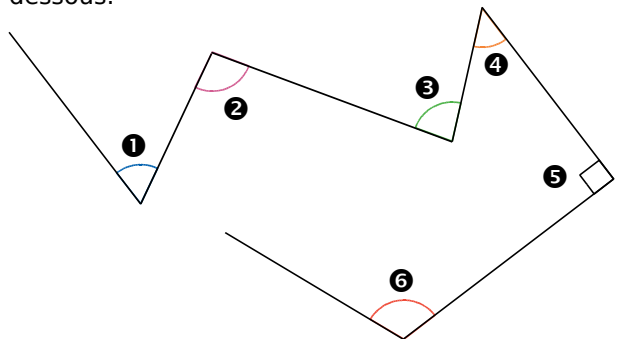
4 Parmi les angles numérotés ci-dessous, quels sont les angles aigus, obtus et droits ?



5 En utilisant ton équerre, donne la nature de chacun des angles suivants.



6 Donne la nature de chacun des angles ci-dessous.



7 Donne la nature de chacun des angles.

$\widehat{ABC}$	$\widehat{FED}$	$\widehat{HIJ}$	$\widehat{KLM}$	$\widehat{OPS}$	$\widehat{XVZ}$
$80^\circ$	$13^\circ$	$180^\circ$	$98^\circ$	$89^\circ$	$105^\circ$

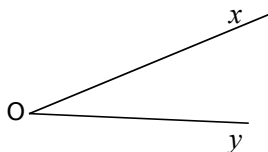
8 Géométrie dynamique

- Trace un triangle ABC ;
- Marque chaque angle de ce triangle ;
- Fais afficher la mesure de chaque angle ;
- En déplaçant les points, trace un triangle ABC ayant un angle obtus.
- Peux-tu tracer un triangle à deux angles obtus ?

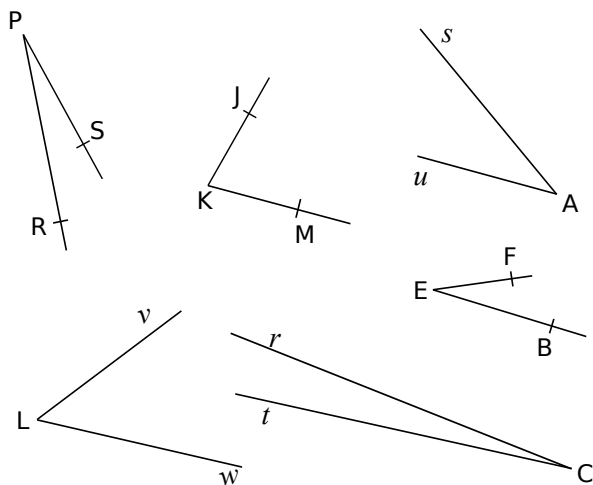
## Mesure d'un angle (avec un gabarit)

**9** Comparer avec un gabarit

**a.** Reproduis l'angle  $\widehat{xOy}$  ci-dessous, sur du papier calque.



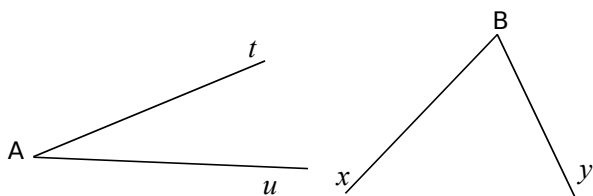
**b.** À l'aide du gabarit ainsi réalisé, indique si les angles ci-dessous ont une mesure inférieure, supérieure ou égale à celle de l'angle  $\widehat{xOy}$ .



**c.** Un de ces angles a une mesure double de celle du gabarit. Un autre a une mesure triple de celle du gabarit. Trouve ces angles.

**10** Voici deux gabarits d'angle.

Reproduis chacun d'eux sur du papier calque.

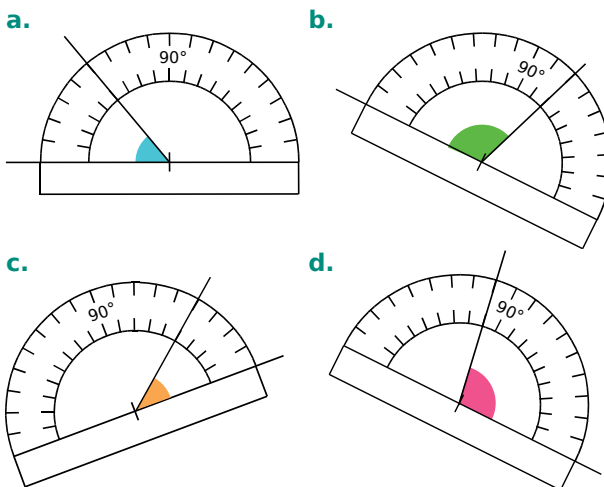


Construis un angle qui mesure...

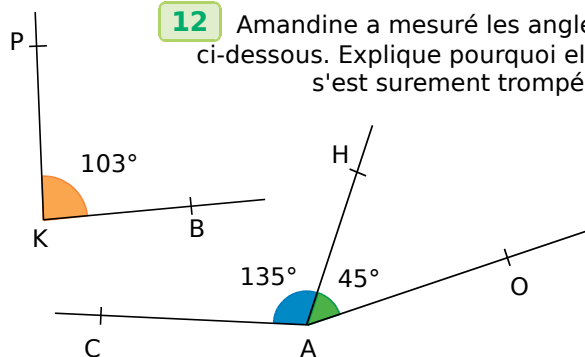
- le double de l'angle  $\widehat{xBy}$  ;
- le triple de l'angle  $\widehat{tAu}$  ;
- la somme des angles  $\widehat{xBy}$  et  $\widehat{tAu}$  ;
- la différence des angles  $\widehat{xBy}$  et  $\widehat{tAu}$  .
- Donne la nature de chacun des angles obtenus.

## Mesure d'un angle (au rapporteur)

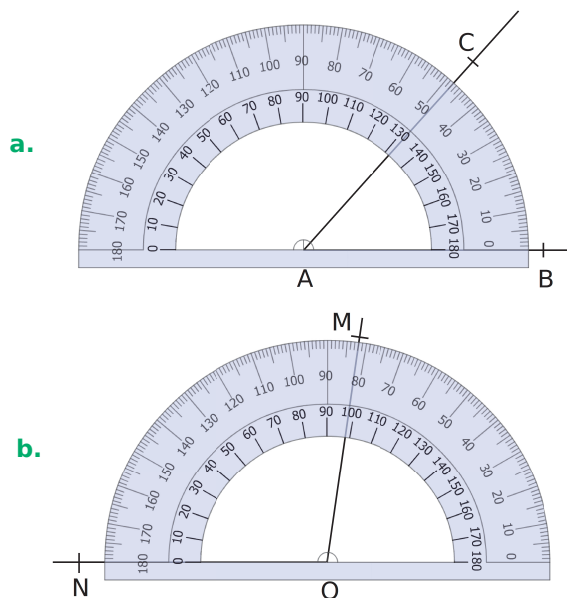
**11** Pour chaque angle ci-dessous, indique s'il est aigu ou obtus. Lis ensuite sa mesure sur le rapporteur, gradué tous les  $10^\circ$ .



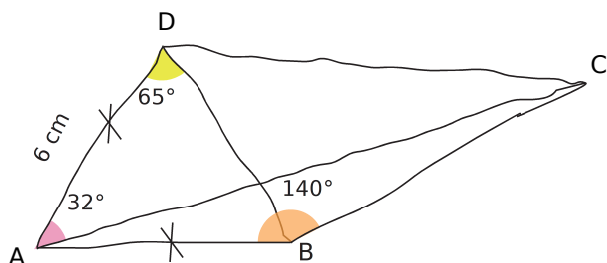
**12** Amandine a mesuré les angles ci-dessous. Explique pourquoi elle s'est sûrement trompée.



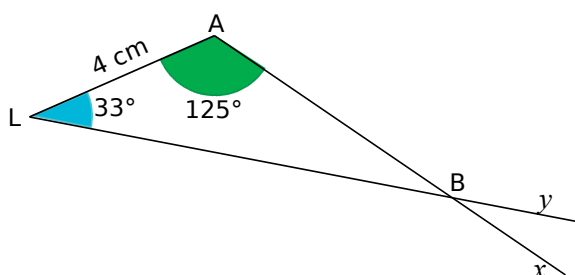
**13** Lis la mesure des angles  $\widehat{BAC}$  et  $\widehat{MON}$ .



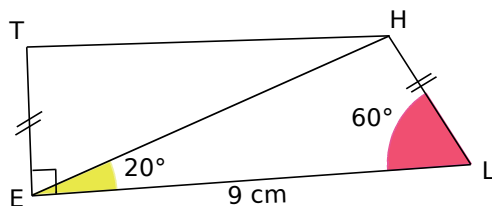
**23** Même consigne qu'à l'exercice précédent.



**24** Écris un programme de construction de cette figure, puis construis-la en vraie grandeur.



**25** Même consigne qu'à l'exercice précédent.



**26** Programme à suivre

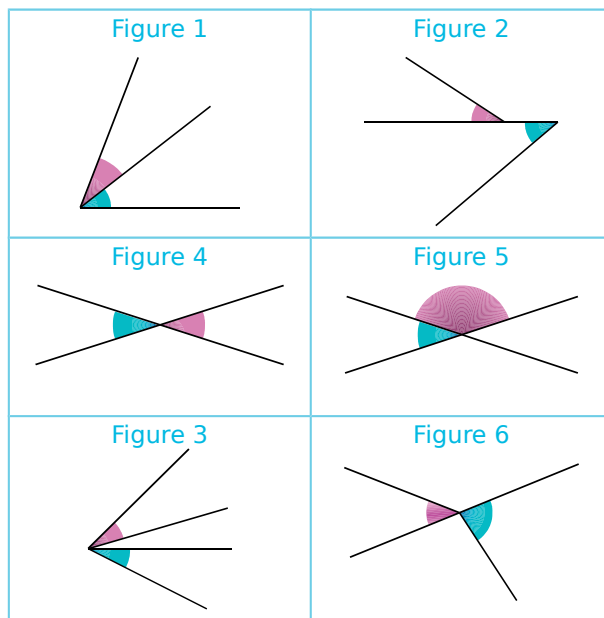
- Construis un triangle ABC tel que :  $AC = 6,3 \text{ cm}$  ;  $\widehat{ACB} = 60^\circ$  et  $BC = 7,9 \text{ cm}$ .
- Place le point D sur [AB] tel que  $\widehat{BCD} = 20^\circ$ .
- Place le point E sur [AD] tel que  $\widehat{DCE} = 30^\circ$ .
- Mesure les longueurs des segments [AE], [ED] et [DB], puis range-les dans l'ordre croissant.

**27** Figure à construire

- Construis un triangle ACD tel que :  $DC = 6 \text{ cm}$  ;  $\widehat{CDA} = 67^\circ$  et  $\widehat{DCA} = 36^\circ$ .
- À l'extérieur du triangle ADC, construis le point B tel que  $\widehat{CAB} = 58^\circ$  et  $AB = 8,2 \text{ cm}$ . Puis trace le segment [BC].
- Quelle est la nature des angles  $\widehat{DAB}$ ,  $\widehat{DCB}$  et  $\widehat{ABC}$  ?

## Calculs et mesures d'angles

**28** Indique pour quelles figures les angles rose et bleu sont adjacents ou opposés par le sommet. Justifie tes réponses.



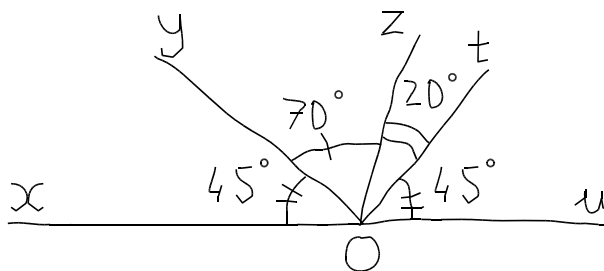
**29** Les angles  $\hat{a}$  et  $\hat{b}$  sont deux angles supplémentaires. Calcule la mesure de  $\hat{b}$  si :

$$\hat{a} = 45^\circ, \quad \hat{a} = 37^\circ, \quad \hat{a} = 2^\circ, \quad \hat{a} = 89^\circ.$$

**30** Les angles  $\hat{x}$  et  $\hat{y}$  sont deux angles supplémentaires. Calcule la mesure de  $\hat{y}$  si :

$$\hat{x} = 103^\circ, \quad \hat{x} = 95^\circ, \quad \hat{x} = 56^\circ, \quad \hat{x} = 2^\circ.$$

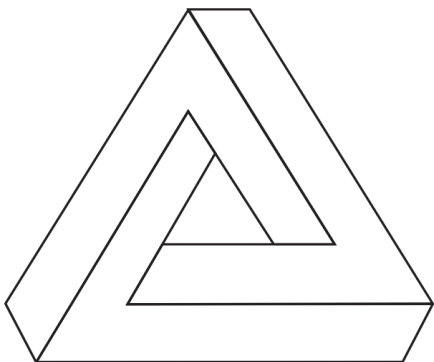
**31** Indique si les angles proposés sont adjacents, supplémentaires ou adjacents et supplémentaires. Justifie tes réponses.



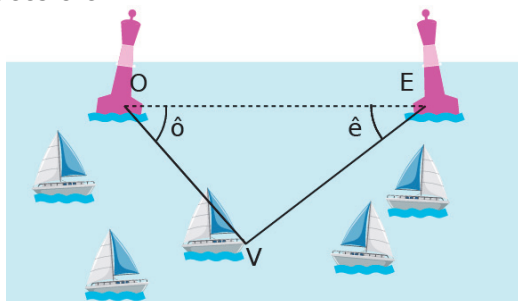
- $\widehat{yOz}$  et  $\widehat{zOt}$  ;
- $\widehat{xOy}$  et  $\widehat{yOu}$  ;
- $\widehat{zOt}$  et  $\widehat{tOu}$  ;
- $\widehat{yOu}$  et  $\widehat{tOu}$  ;
- $\widehat{xOz}$  et  $\widehat{zOt}$  ;
- $\widehat{xOt}$  et  $\widehat{uOt}$  .



**47** Dans ce « triangle impossible » de Penrose, les angles aigus mesurent  $60^\circ$  et les angles obtus  $120^\circ$ . Reproduis-en un.



**48** On attend l'arrivée d'une régate de voiliers sur une côte normande. Le gagnant sera celui qui franchira le premier la ligne droite entre les bouées O et E.



Près des bouées, deux observateurs en bateau repèrent au même instant la position des voiliers, en mesurant les angles ô et ê, comme indiqué ci-dessous. Voici ce qu'ils ont noté à 11 h 45 :

Voilier	V1	V2	V3	V4	V5
angle ô	$47^\circ$	$74^\circ$	$86^\circ$	$56^\circ$	$43^\circ$
angle ê	$63^\circ$	$55^\circ$	$34^\circ$	$68^\circ$	$75^\circ$

**a.** Trace, en haut de ta feuille, un segment [OE] de longueur 12 cm puis construis, pour chaque voilier, les angles ô et ê indiquant leur position.

**b.** Classe ces voiliers du plus proche au plus loin de l'arrivée.

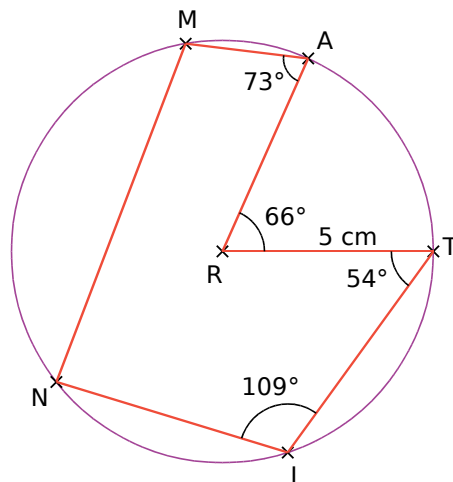
**49** Polygones réguliers

**a.** Trace le pentagone régulier BCDEF en suivant ce programme de construction :

- Trace un cercle de centre A et de rayon 5 cm.
- Construis dans cet ordre les points B, C, D, E et F du cercle, tels que :  
 $\widehat{BAC} = \widehat{CAD} = \widehat{DAE} = \widehat{EAF} = \widehat{FAB} = 72^\circ$ .

**b.** Quelle mesure d'angle choisirais-tu pour construire un hexagone régulier ?  
 Un octogone régulier ? Un décagone régulier ?

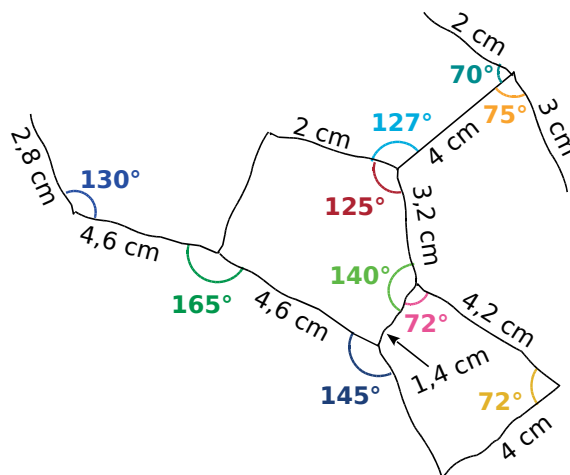
**50** On considère la figure suivante, où R est le centre du cercle.



**a.** Reproduis cette figure en vraie grandeur.

**b.** Mesure puis donne la nature des angles  $\widehat{AMN}$  et  $\widehat{INM}$ .

**51** Alex prépare un exposé sur la constellation d'Orion. Il l'observe donc au télescope et réalise quelques mesures, qu'il reporte ci-dessous à main levée. Aide Alex à reproduire correctement la constellation d'Orion.



**52** Diagonale et bissectrice

**a.** Construis un rectangle ABCD tel que :  
 $AB = 7$  cm et  $\widehat{BAC} = 38^\circ$ .

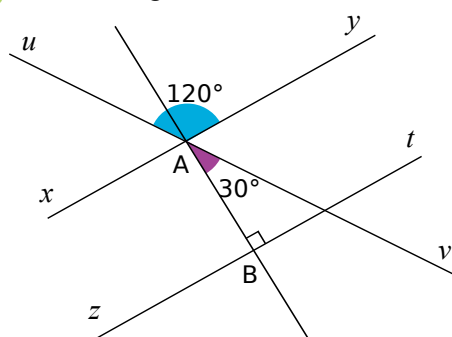
**b.** La diagonale [AC] est-elle la bissectrice de l'angle  $\widehat{BAD}$  ? Justifie.

**c.** Sinon, construis la bissectrice de  $\widehat{BAD}$ .

**d.** Reprends les questions **a**, **b** et **c** avec  $\widehat{BAC} = 45^\circ$ . Que penser alors du rectangle ABCD ?



## 53 Calcul d'angles



- Calcule, en détaillant, la mesure des angles  $\widehat{uAB}$ ,  $\widehat{yAv}$  et  $\widehat{yAB}$ .
- Que peux-tu dire des droites  $(xy)$  et  $(zt)$ ? Justifie ta réponse.
- Reproduis la figure en prenant  $AB = 8,5$  cm, et en respectant la mesure des angles.
- Vérifie sur ta figure la cohérence des résultats obtenus à la question a.

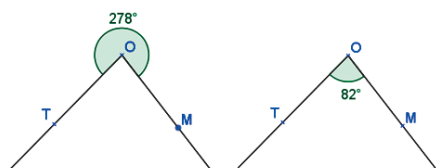
## 54 Alignés ou pas ?

- Trace un triangle MNO, rectangle en N, tel que  $MN = 8$  cm et  $NO = 6$  cm.
- À l'extérieur de ce triangle, place le point K tel que le triangle NKO soit isocèle en K, et tel que  $\widehat{ONK} = \widehat{NOK} = 31^\circ$ .
- À l'extérieur du triangle MNO, place le point A tel que  $NA = 5$  cm et  $\widehat{MNA} = 58^\circ$ .
- Les points K, N et A sont-ils alignés? Justifie.

## 55 Rentrant et saillant

Un angle rentrant  $\widehat{ABC}$  est un angle dont la mesure est supérieure à  $180^\circ$ .

Sur un logiciel de géométrie dynamique, voici ce que l'on peut voir pour la même figure :

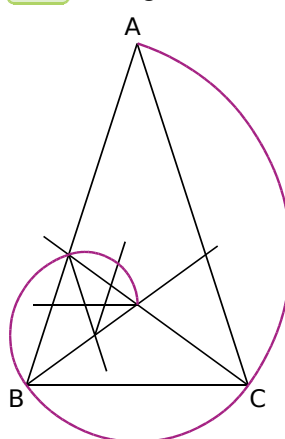


- Quelle est la mesure de l'angle rentrant  $\widehat{TOM}$ ? Comment obtenir cette mesure à partir de  $\widehat{TOM}$ ?
- Reproduis puis complète le tableau suivant.

Angle saillant		$60^\circ$		$78^\circ$	
Angle rentrant	$200^\circ$		$335^\circ$		$303^\circ$

- Trace des angles de mesure  $300^\circ$ ,  $195^\circ$  et  $314^\circ$ .

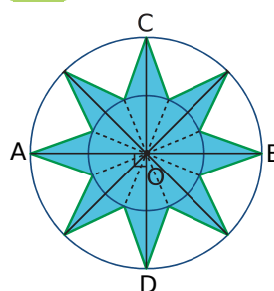
## 56 Triangle d'or et sa spirale



Pour réussir une belle spirale, il faut être très précis et faire des tracés fins.

- Trace un triangle ABC, isocèle en A, tel que :  $BC = 8$  cm et  $\widehat{ABC} = 72^\circ$ .
- Trace les bissectrices suivantes.
  - [Cx] de l'angle  $\widehat{ACB}$ , elle coupe [AB] en D ;
  - [By] de l'angle  $\widehat{DBC}$ , elle coupe [CD] en E ;
  - [Dz] de l'angle  $\widehat{EDB}$ , elle coupe [BE] en F ;
  - [Et] de l'angle  $\widehat{FED}$ , elle coupe [DF] en G ;
  - [Fw] de l'angle  $\widehat{EFG}$ , elle coupe [EG] en H.
- Trace les arcs de cercle suivants.
  - $\widehat{AC}$  de centre D ;
  - $\widehat{BC}$  de centre E ;
  - $\widehat{BD}$  de centre F ;
  - $\widehat{DE}$  de centre G ;
  - $\widehat{EF}$  de centre H.

## 57 Dans les étoiles



- Construis un cercle de centre O et de rayon 6 cm.
- Construis deux diamètres [AB] et [CD] perpendiculaires.

- Trace les bissectrices des angles droits  $\widehat{AOC}$ ,  $\widehat{COB}$ ,  $\widehat{BOD}$  et  $\widehat{DOA}$ . Elles coupent le cercle respectivement en E, F, G et H.
- Trace le cercle de centre O et de rayon 3 cm.
- Trace les bissectrices des angles  $\widehat{AOE}$ ,  $\widehat{EOC}$ ,  $\widehat{COF}$ ,  $\widehat{FOB}$ ,  $\widehat{BOG}$ ,  $\widehat{GOD}$ ,  $\widehat{DOA}$  et  $\widehat{AOH}$ . Elles coupent le petit cercle respectivement en I, J, K, L, M, N, P et R.
- Trace le polygone AIEJCKFLBMGNDPHR. Colorie la figure obtenue.