

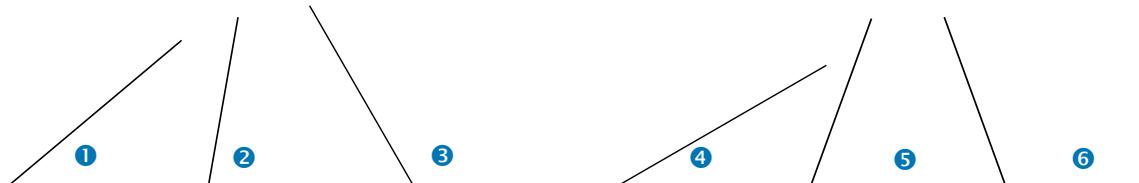
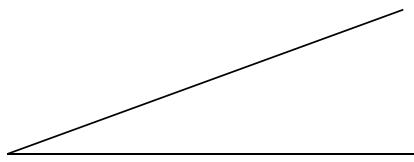
Angles G3



Activité Mesure d'angles en degrés

a Première approche de la mesure d'un angle

- Décalque l'**angle** ci-contre et découpe-le pour l'utiliser comme **gabarit**. On prend la mesure de cet angle pour unité.
- Utilise le gabarit pour construire un angle deux fois plus grand. Dans cette partie, on dira que ce nouvel angle a une mesure de deux unités. De la même façon, construis un angle de mesure trois unités, puis un angle de mesure cinq unités.
- Détermine, en unités, la mesure des angles ①, ② et ③ ci-dessous.

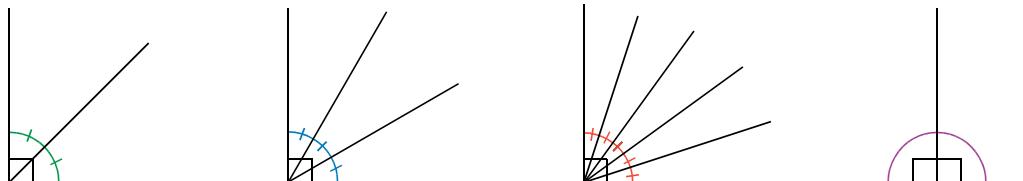


- Donne un encadrement, en unités, de la mesure des angles ④, ⑤ et ⑥. Cette unité est-elle pratique pour mesurer les angles ? Pourquoi ?

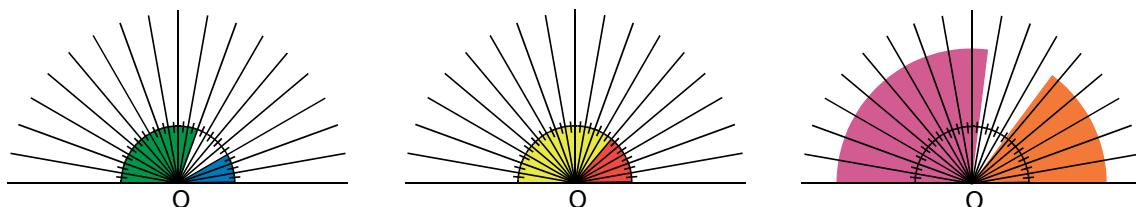
b Mesure en degrés

Le degré est une unité d'angle plus pratique que la précédente. Voici un angle dont la mesure est 1° . Cette mesure a été choisie de telle manière qu'un angle droit mesure 90° .

- Parmi les nombres entre 2 et 10, trouve ceux qui sont des diviseurs de 90.
- Si on coupe un **angle droit** (90°) en deux angles de même mesure, quelle est alors la mesure de chacun des angles ? Même question si on le coupe en trois, puis en cinq angles de même mesure. (Voir les trois premières figures ci-dessous.)



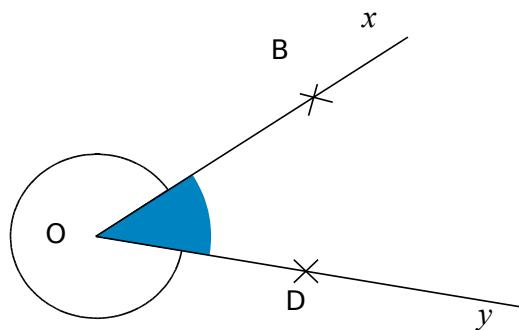
- Quelle est la mesure d'un **angle plat** (angle violet, dernière figure ci-dessus) qui est formé de deux angles droits **adjacents** ? On partage un angle plat en 18 angles de même mesure. Quelle est la mesure de chaque angle ?
- Détermine la mesure des angles marqués en bleu, vert, rouge et jaune ci-dessous. Donne un encadrement des angles marqués en violet et orange.



1 Notion d'angle

A Généralités

Définition Un **angle** est une portion de plan délimitée par deux demi-droites de même origine.



Vocabulaire

- Le point O est le **sommet** de l'angle.
- Les demi-droites $[Ox]$ et $[Oy]$ sont les **côtés** de l'angle.

Définitions

- La portion du plan coloriée en bleu est un angle **saillant**.
- La portion du plan non coloriée est un angle **rentrant**.

B Nommer un angle

Exemple 1 :

Comment se nomme l'angle bleu ci-contre ?

- Il peut se nommer de différentes manières (le plus souvent avec trois lettres, celle du milieu est toujours le sommet de l'angle) :

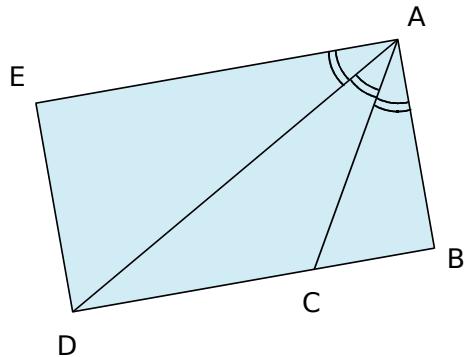
\widehat{xOy} ou \widehat{yOx} ou \widehat{BOD} ou \widehat{DOB}
ou \widehat{BOy} ou \widehat{yOB} ou \widehat{DOx} ou \widehat{xOD} .

Remarque :

Des angles de même mesure sont codés avec le **même symbole** (comme pour les longueurs).

Exemple 2 :

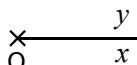
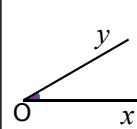
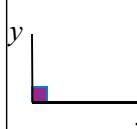
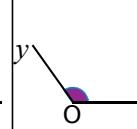
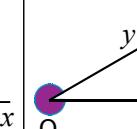
Quels sont les angles de même mesure ?



- Ils sont codés avec le **même symbole**.
On a donc : $\widehat{EAD} = \widehat{DAC} = \widehat{CAB}$.

2 Différents types d'angles

On classe les angles par catégories selon leur mesure.

Angle	Nul	Aigu	Droit	Obtus	Plat	Rentrant	Plein
Figure							
Mesure	0°	entre 0° et 90°	90°	entre 90° et 180°	180°	entre 180° et 360°	360°
Position des côtés	confondus		Perpendiculaires		dans le prolongement l'un de l'autre		confondus

Angles **saillants**

3 Utilisation du rapporteur

Définitions

On peut mesurer « l'ouverture » d'un angle. L'unité que l'on utilise au collège est le **degré**.

L'instrument qui permet de mesurer des angles est le **rapporteur**.

Remarque : Un **rapporteur** gradué en degrés a souvent une double graduation qui va de **0 à 180 degrés** et qui est source de nombreuses erreurs. Il conviendra donc de bien observer si l'angle qu'on étudie est aigu ou obtus.

Exemple 1 : Détermine la mesure de l'angle \widehat{CAB} .

		0 de la graduation extérieure
On veut mesurer l'angle \widehat{CAB} .	On place le centre du rapporteur sur le sommet de l'angle.	On place un zéro du rapporteur sur le côté $[AC]$. La mesure de l'angle est donnée par l'autre côté de l'angle sur la même échelle de graduation.

Exemple 2 : Construis un angle \widehat{BUT} tel que $\widehat{BUT} = 108^\circ$.

		0 de la graduation intérieure
On trace d'abord une demi-droite $[UB]$.	On place le centre du rapporteur sur le point U . On place un zéro du rapporteur sur le côté $[UB]$.	On marque, d'un petit trait-repère , 108° . On trace la demi-droite d'origine U passant par le trait-repère . On place un point T sur cette demi-droite.

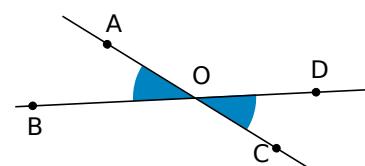
4 Paire d'angles particuliers

A Angles opposés par le sommet

Définition Deux angles **opposés par le sommet** sont deux angles qui ont un sommet commun et qui ont leurs côtés dans le prolongement l'un de l'autre.

Exemple :

- ▶ Les angles \widehat{AOB} et \widehat{COD} ont comme sommet commun le point O et ont leurs côtés dans le prolongement l'un de l'autre. Ils sont donc **opposés par le sommet**.



Propriété

Deux angles **opposés par le sommet** sont de même mesure.

Exemple :

- Dans la figure précédente, les angles \widehat{AOB} et \widehat{COD} sont de même mesure ainsi que les angles \widehat{AOD} et \widehat{COB} .

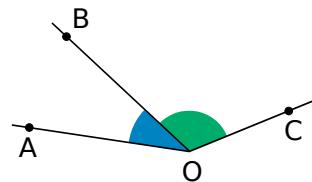
B Angles adjacents

Définition

Deux angles **adjacents** sont deux angles qui ont un sommet commun, un côté commun et qui sont situés de part et d'autre de ce côté commun.

Exemple :

- Les angles \widehat{AOB} et \widehat{BOC} ont comme sommet commun le point O, comme côté commun la demi-droite $[OB)$ et sont placés de part et d'autre de $[OB)$: ils sont donc **adjacents**.



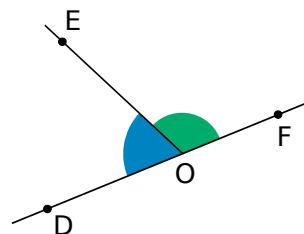
C Angles supplémentaires

Définition

Deux angles **supplémentaires** sont deux angles dont la somme de leur mesure fait 180° .

Exemple :

- Les angles adjacents \widehat{DOE} et \widehat{EOF} partagent un angle plat. Leur somme est donc égale à 180° . Ils sont donc **supplémentaires**.



Remarque : Deux angles supplémentaires et adjacents forment un angle plat. Cette méthode peut donc être utilisée pour montrer que des points sont alignés.

5 Bissectrice d'un angle saillant

Définition

La **bissectrice d'un angle saillant** est la droite qui partage cet angle en deux angles adjacents de même mesure.

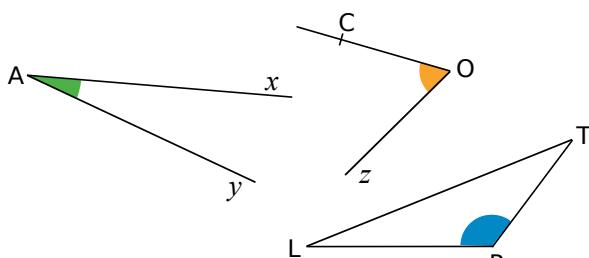
Exemple :

Construis la bissectrice de l'angle \widehat{MON} avec un rapporteur.

Pour construire la bissectrice de l'angle \widehat{MON} , on commence par le mesurer à l'aide du rapporteur. Il mesure 58° .	On prend la moitié de cette mesure, ce qui donne 29° , et on trace un trait-repère .	On trace la droite passant par O et ce trait-repère . Cette droite est la bissectrice de l'angle .

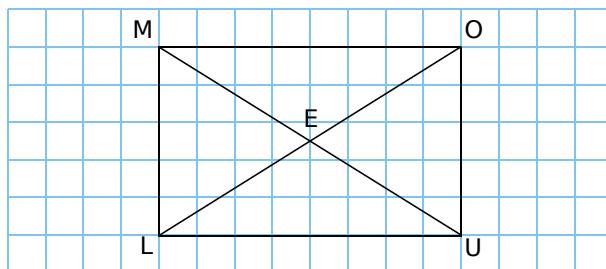
Vocabulaire

- 1 Recopie et complète le tableau ci-dessous.



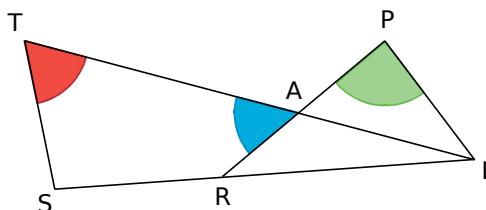
Angle	vert	orange	bleu
Nom			
Sommet			
Côtés	... et ...		

- 2 Reproduis une figure analogue à celle-ci.



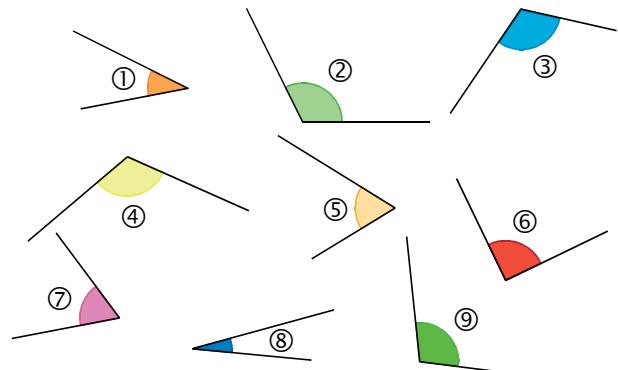
- Code en bleu l'angle \widehat{OME} .
- Code en rouge l'angle \widehat{MOE} .
- Code en vert l'angle \widehat{OUE} .
- Nomme les angles dont le sommet est L et un côté est [LU].
- Nomme les angles dont le sommet est O et un côté est [OL].

- 3 Sur la figure ci-dessous, les points T, A et I sont alignés ainsi que les points P, A et R.

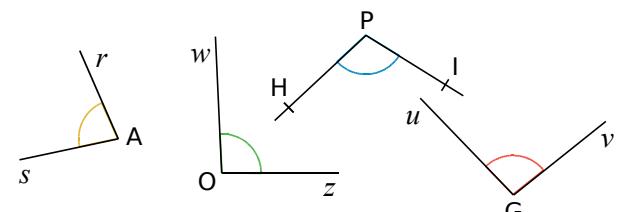


- Pour chacun des angles colorés, donne les différentes façons de le nommer.
- Nomme tous les angles ayant pour sommet I.

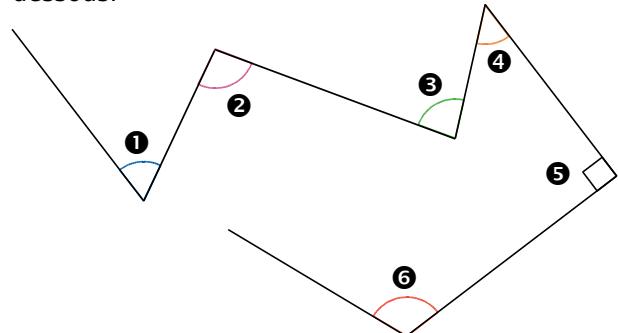
- 4 Parmi les angles numérotés ci-dessous, quels sont les angles aigus, obtus et droits ?



- 5 En utilisant ton équerre, donne la nature de chacun des angles suivants.



- 6 Donne la nature de chacun des angles ci-dessous.



- 7 Donne la nature de chacun des angles.

\widehat{ABC}	\widehat{FED}	\widehat{HIJ}	\widehat{KLM}	\widehat{OPS}	\widehat{XVZ}
80°	13°	180°	98°	89°	105°

- 8  Géométrie dynamique

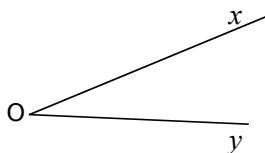
- Trace un triangle ABC ;
- Marque chaque angle de ce triangle ;
- Fais afficher la mesure de chaque angle ;
- En déplaçant les points, trace un triangle ABC ayant un angle obtus.
- Peux-tu tracer un triangle à deux angles obtus ?

EXERCICES ☆

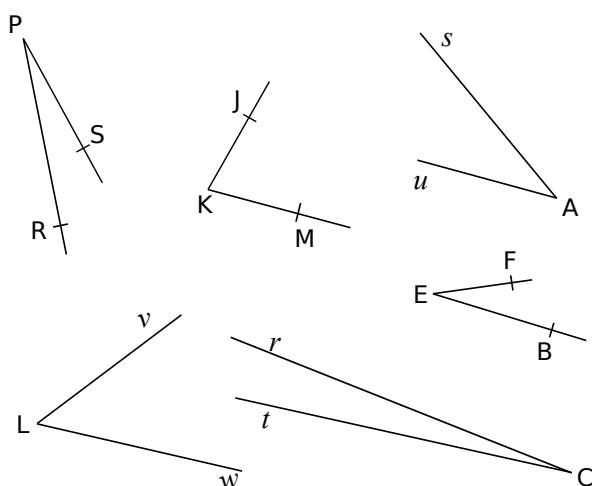
Mesure d'un angle (avec un gabarit)

9 Comparer avec un gabarit

- a. Reproduis l'angle \widehat{xOy} ci-dessous, sur du papier calque.



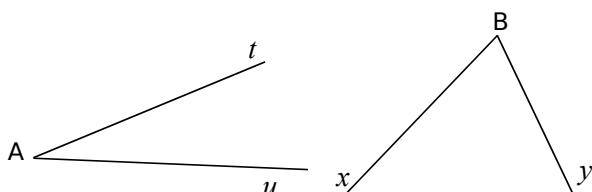
- b. À l'aide du gabarit ainsi réalisé, indique si les angles ci-dessous ont une mesure inférieure, supérieure ou égale à celle de l'angle \widehat{xOy} .



- c. Un de ces angles a une mesure double de celle du gabarit. Un autre a une mesure triple de celle du gabarit. Trouve ces angles.

10 Voici deux gabarits d'angle.

Reproduis chacun d'eux sur du papier calque.



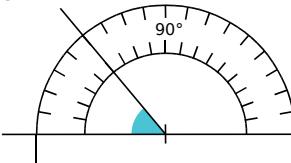
Construis un angle qui mesure...

- a. le double de l'angle \widehat{xBy} ;
 b. le triple de l'angle \widehat{tAu} ;
 c. la somme des angles \widehat{xBy} et \widehat{tAu} ;
 d. la différence des angles \widehat{xBy} et \widehat{tAu} .
 e. Donne la nature de chacun des angles obtenus.

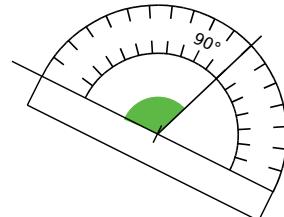
Mesure d'un angle (au rapporteur)

- 11 Pour chaque angle ci-dessous, indique s'il est aigu ou obtus. Lis ensuite sa mesure sur le rapporteur, gradué tous les 10° .

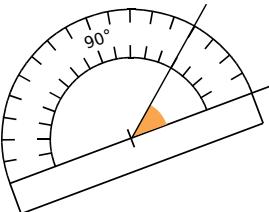
a.



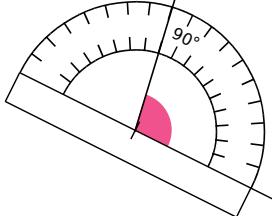
b.



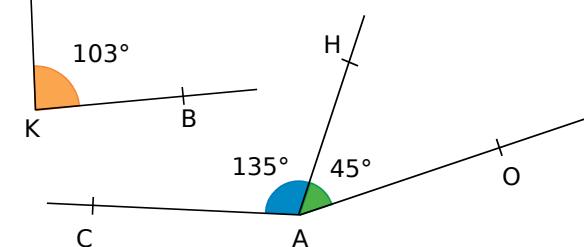
c.



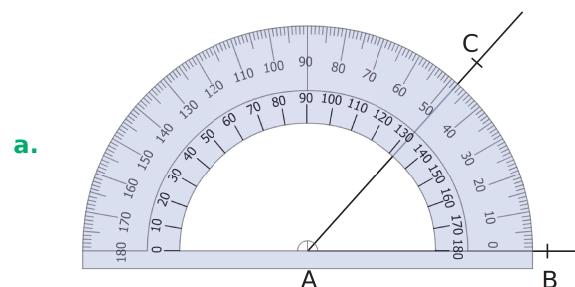
d.



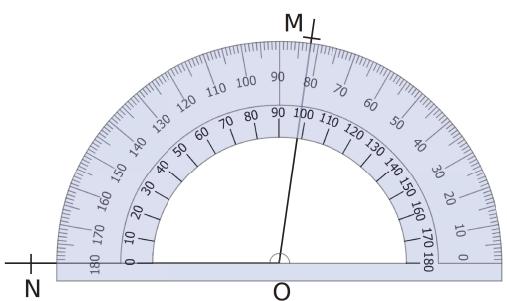
- 12 Amandine a mesuré les angles ci-dessous. Explique pourquoi elle s'est sûrement trompée.



- 13 Lis la mesure des angles \widehat{BAC} et \widehat{MON} .

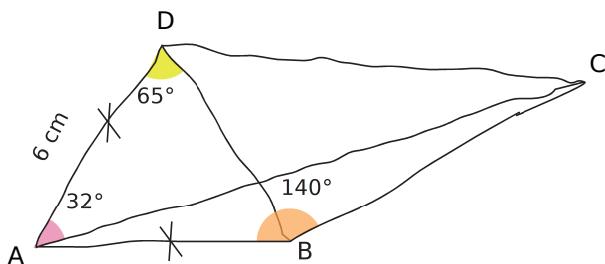


b.

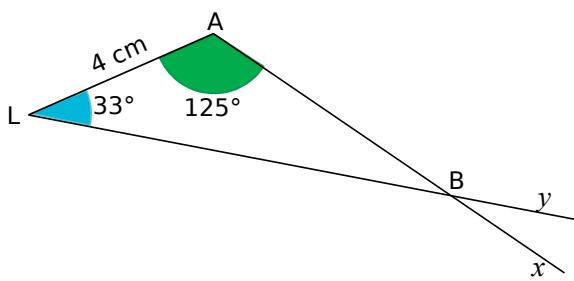


EXERCICES ☆

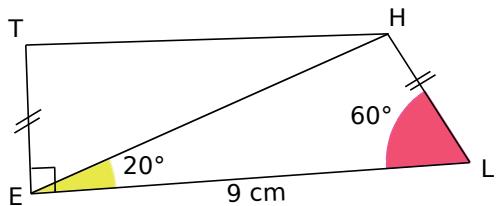
23 Même consigne qu'à l'exercice précédent.



24 Écris un programme de construction de cette figure, puis construis-la en vraie grandeur.



25 Même consigne qu'à l'exercice précédent.



26 Programme à suivre

- Construis un triangle ABC tel que : $AC = 6,3 \text{ cm}$; $\widehat{ACB} = 60^\circ$ et $BC = 7,9 \text{ cm}$.
- Place le point D sur $[AB]$ tel que $\widehat{BCD} = 20^\circ$.
- Place le point E sur $[AD]$ tel que $\widehat{DCE} = 30^\circ$.
- Mesure les longueurs des segments $[AE]$, $[ED]$ et $[DB]$, puis range-les dans l'ordre croissant.

27 Figure à construire

- Construis un triangle ACD tel que : $DC = 6 \text{ cm}$; $\widehat{CDA} = 67^\circ$ et $\widehat{DCA} = 36^\circ$.
- À l'extérieur du triangle ACD, construis le point B tel que $\widehat{CAB} = 58^\circ$ et $AB = 8,2 \text{ cm}$. Puis trace le segment $[BC]$.
- Quelle est la nature des angles \widehat{DAB} , \widehat{DCB} et \widehat{ABC} ?

Calculs et mesures d'angles

28 Indique pour quelles figures les angles rose et bleu sont adjacents ou opposés par le sommet. Justifie tes réponses.

Figure 1

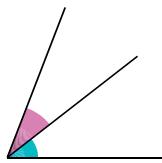


Figure 2

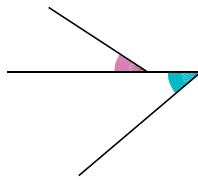


Figure 4

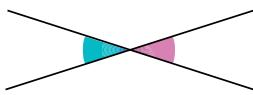


Figure 5

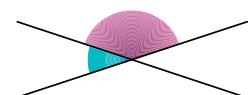


Figure 3

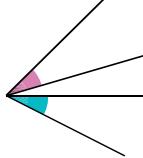
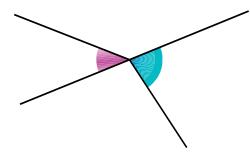


Figure 6



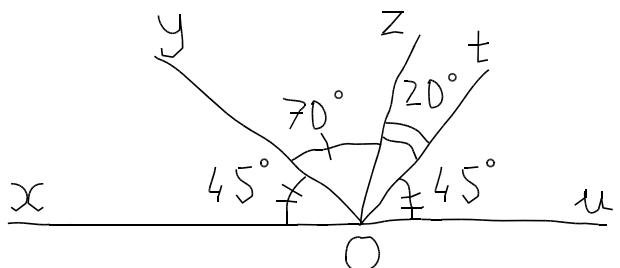
29 Les angles \hat{a} et \hat{b} sont deux angles supplémentaires. Calcule la mesure de \hat{b} si :

$$\hat{a} = 45^\circ, \quad \hat{a} = 37^\circ, \quad \hat{a} = 2^\circ, \quad \hat{a} = 89^\circ.$$

30 Les angles \hat{x} et \hat{y} sont deux angles supplémentaires. Calcule la mesure de \hat{y} si :

$$\hat{x} = 103^\circ, \quad \hat{x} = 95^\circ, \quad \hat{x} = 56^\circ, \quad \hat{x} = 2^\circ.$$

31 Indique si les angles proposés sont adjacents, supplémentaires ou adjacents et supplémentaires. Justifie tes réponses.

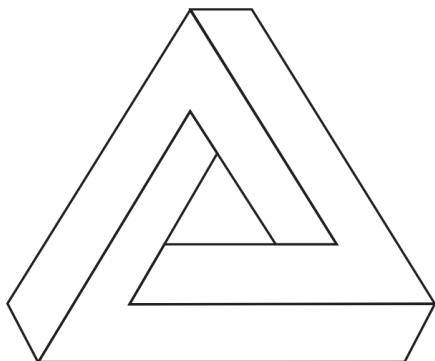


- \widehat{yOz} et \widehat{zOt} ;
- \widehat{xOy} et \widehat{yOu} ;
- \widehat{zOt} et \widehat{tOu} ;
- \widehat{yOu} et \widehat{tOu} ;
- \widehat{xOz} et \widehat{zOt} ;
- \widehat{xOt} et \widehat{uOt} .

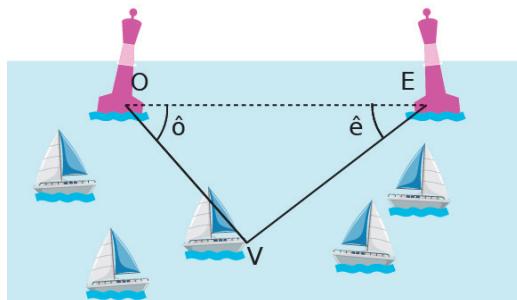
EXERCICES



- 47** Dans ce « triangle impossible » de Penrose, les angles aigus mesurent 60° et les angles obtus 120° . Reproduis-en un.



- 48** On attend l'arrivée d'une régate de voiliers sur une côte normande. Le gagnant sera celui qui franchira le premier la ligne droite entre les bouées O et E.



Près des bouées, deux observateurs en bateau repèrent au même instant la position des voiliers, en mesurant les angles $\hat{\alpha}$ et $\hat{\beta}$, comme indiqué ci-dessous. Voici ce qu'ils ont noté à 11 h 45 :

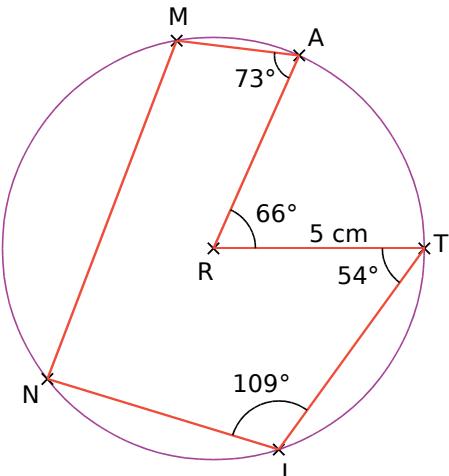
Voilier	V1	V2	V3	V4	V5
angle $\hat{\alpha}$	47°	74°	86°	56°	43°
angle $\hat{\beta}$	63°	55°	34°	68°	75°

- a. Trace, en haut de ta feuille, un segment [OE] de longueur 12 cm puis construis, pour chaque voilier, les angles $\hat{\alpha}$ et $\hat{\beta}$ indiquant leur position.
b. Classe ces voiliers du plus proche au plus loin de l'arrivée.

49 Polygones réguliers

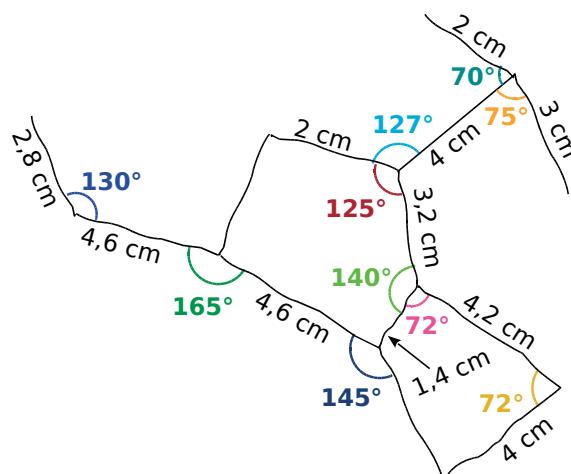
- a. Trace le pentagone régulier BCDEF en suivant ce programme de construction :
- Trace un cercle de centre A et de rayon 5 cm.
 - Construis dans cet ordre les points B, C, D, E et F du cercle, tels que : $\widehat{BAC} = \widehat{CAD} = \widehat{DAE} = \widehat{EAF} = \widehat{FAB} = 72^\circ$.
- b. Quelle mesure d'angle choisis-tu pour construire un hexagone régulier ? Un octogone régulier ? Un décagone régulier ?

- 50** On considère la figure suivante, où R est le centre du cercle.



- a. Reproduis cette figure en vraie grandeur.
b. Mesure puis donne la nature des angles \widehat{AMN} et \widehat{INM} .

- 51** Alex prépare un exposé sur la constellation d'Orion. Il l'observe donc au télescope et réalise quelques mesures, qu'il reporte ci-dessous à main levée.
Aide Alex à reproduire correctement la constellation d'Orion.

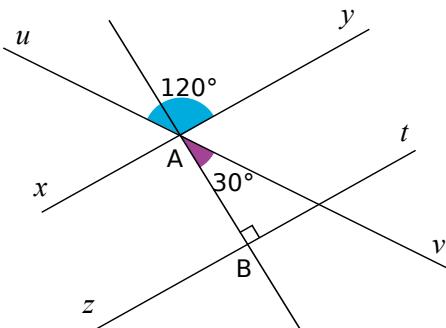


52 Diagonale et bissectrice

- a. Construis un rectangle ABCD tel que : $AB = 7$ cm et $\widehat{BAC} = 38^\circ$.
b. La diagonale [AC] est-elle la bissectrice de l'angle \widehat{BAD} ? Justifie.
c. Sinon, construis la bissectrice de \widehat{BAD} .
d. Reprends les questions a, b et c avec $\widehat{BAC} = 45^\circ$. Que penser alors du rectangle ABCD ?

EXERCICES ☆☆

53 Calcul d'angles



- Calcule, en détaillant, la mesure des angles \widehat{uAB} , \widehat{yAv} et \widehat{yAB} .
- Que peux-tu dire des droites (xy) et (zt) ? Justifie ta réponse.
- Reproduis la figure en prenant $AB = 8,5$ cm, et en respectant la mesure des angles.
- Vérifie sur ta figure la cohérence des résultats obtenus à la question a.

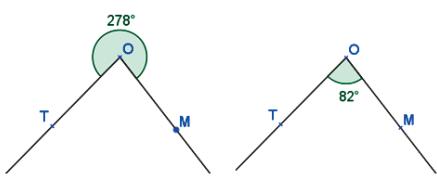
54 Alignés ou pas ?

- Trace un triangle MNO, rectangle en N, tel que $MN = 8$ cm et $NO = 6$ cm.
- À l'extérieur de ce triangle, place le point K tel que le triangle NKO soit isocèle en K, et tel que $\widehat{ONK} = 31^\circ$.
- À l'extérieur du triangle MNO, place le point A tel que $NA = 5$ cm et $\widehat{MNA} = 58^\circ$.
- Les points K, N et A sont-ils alignés ? Justifie.

55 Rentrant et saillant

Un angle rentrant \widehat{ABC} est un angle dont la mesure est supérieure à 180° .

Sur un logiciel de géométrie dynamique, voici ce que l'on peut voir pour la même figure :

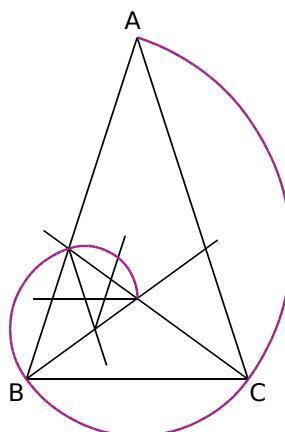


- Quelle est la mesure de l'angle rentrant \widehat{TOM} ? Comment obtenir cette mesure à partir de \widehat{TOM} ?
- Reproduis puis complète le tableau suivant.

Angle saillant		60°		78°	
Angle rentrant	200°		335°		303°

- Trace des angles de mesure 300° , 195° et 314° .

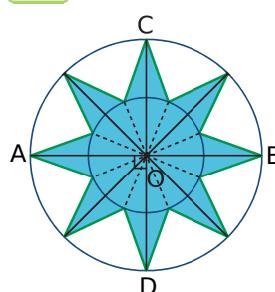
56 Triangle d'or et sa spirale



Pour réussir une belle spirale, il faut être très précis et faire des tracés fins.

- Trace un triangle ABC, isocèle en A, tel que : $BC = 8$ cm et $\widehat{ABC} = 72^\circ$.
- Trace les bissectrices suivantes.
 - [Cx] de l'angle \widehat{ACB} , elle coupe $[AB]$ en D ;
 - [By] de l'angle \widehat{DBC} , elle coupe $[CD]$ en E ;
 - [Dz] de l'angle \widehat{EDB} , elle coupe $[BE]$ en F ;
 - [Et] de l'angle \widehat{FED} , elle coupe $[DF]$ en G ;
 - [Fw] de l'angle \widehat{EFG} , elle coupe $[EG]$ en H.
- Trace les arcs de cercle suivants.
 - \widehat{AC} de centre D ;
 - \widehat{BC} de centre E ;
 - \widehat{BD} de centre F ;
 - \widehat{DE} de centre G ;
 - \widehat{EF} de centre H.

57 Dans les étoiles



- Construis un cercle de centre O et de rayon 6 cm.
- Construis deux diamètres $[AB]$ et $[CD]$ perpendiculaires.

- Trace les bissectrices des angles droits \widehat{AOC} , \widehat{COB} , \widehat{BOD} et \widehat{DOA} . Elles coupent le cercle respectivement en E, F, G et H.
- Trace le cercle de centre O et de rayon 3 cm.
- Trace les bissectrices des angles \widehat{AOE} , \widehat{EOC} , \widehat{COF} , \widehat{FOB} , \widehat{BOG} , \widehat{GOD} , \widehat{DOA} et \widehat{AOH} . Elles coupent le petit cercle respectivement en I, J, K, L, M, N, P et R.
- Trace le polygone AIEJCKFLBMGNPDRH. Colorie la figure obtenue.