La modélisation

Dans un souci de continuité, la méthode proposée s'appuie sur l'outil de modélisation présenté dans les ouvrages précédents dédiés au cycle 2.

L'introduction de la modélisation, à travers des problèmes basiques, permet d'activer son utilisation pour ceux qui n'auraient pas travaillé avec cette méthode. Le sens des différentes situations problèmes est enseigné en appui de la modélisation présentée. Celle-ci évolue au regard des situations afin de soutenir le cheminement intellectuel des élèves. Elle demeure un outil-support à la compréhension. La modélisation n'est pas une fin en soi, mais elle permet de « donner à voir » une représentation normée des énoncés sur laquelle les élèves, grâce au guidage du maitre, peuvent verbaliser, présenter, expliquer, justifier, vérifier et contrôler leur raisonnement. Plus qu'un outil, la modélisation en barres proposée est un repère évolutif autour duquel s'inscrit une démarche d'enseignement impliquant les élèves à travers une réflexion sur la compréhension des énoncés.
Tous les énoncés de problèmes présents dans cette partie sont inspirés des énoncés issus du guide CM [1] :

- certains sont repris à l'identique ;
- d'autres sont modifiés par analogie comme la méthode le propose pour les élèves (autres données, autres contextes...).

Pourquoi modéliser ?

« Si tu n'arrives pas à résoudre le problème, fais un dessin ! »

Combien de fois avons-nous prononcé cette phrase ? Cela a-t-il permis à l'élève de trouver la solution ?
Hélas, pas toujours ! Pourquoi ?

La fonction de ce « dessin » vise à permettre une mise en images de l'énoncé littéral du problème.
Certes, c'est un premier pas vers l'abstraction. Cependant, entre la représentation schématisée d'une situation et l'interprétation d'un résultat pour répondre judicieusement à la question du problème, il reste encore un long cheminement intellectuel.

Alors, comment amener l'élève à se représenter la situation ? Comment initier une réflexion mathématique à partir de l'énoncé proposé ? Comment développer une attitude réflexive par rapport au problème : se poser les bonnes questions, accepter de ne pas répondre dans l'immédiateté, réinvestir des stratégies et des procédures efficaces ?

→ Nous proposons de passer par un vecteur, **un outil de modélisation en barres** qui, loin de résoudre le problème, constitue un support à la réflexion et à la verbalisation. Celui que nous utilisons ici présente l'avantage de soutenir le cheminement intellectuel inhérent aux différentes situations rencontrées : parties-tout, transformation et comparaison.

L'objectif est que l'élève initie, puis ritualise, une investigation de l'énoncé jusqu'à ce que, par automatisme, il identifie les informations à traiter. Il s'agit, en fait, de passer de la lecture de l'énoncé à un calcul abstrait, en construisant du sens.

Exemple

Un récupérateur d'eau de 500 L est rempli aux 3/10. ***Quelle quantité d'eau manque-t-il pour qu'il soit plein ?*** [2]

Cet énoncé a été proposé à une classe de CM1 – CM2 travaillant en binôme.

Les différentes procédures, abouties ou non, ont été confrontées lors de la mise en commun dans une séance de correction. Les différentes procédures, présentées et commentées avec les élèves, permettent de mettre en exergue la pertinence d'utiliser une modélisation normée partagée : la modélisation en barres.

Elle permet de rendre visible le raisonnement pour passer d'une ébauche de procédure s'appuyant sur un dessin à une procédure experte et abstraite utilisant une suite de calculs.

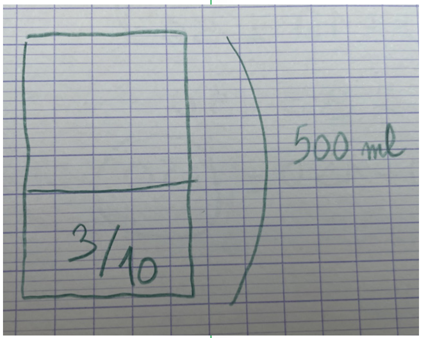
La phase de verbalisation, essentielle à l'acte d'enseignement explicite, prend alors tout son sens, articulant les présentations, explicitations et justifications des élèves, passant logiquement d'une procédure à l'autre.

[1] Guides fondamentaux pour enseigner
La résolution de problèmes mathématiques au cours moyen http://g5.re/vt2
https://eduscol.education.fr/document/32206/download?attachment

[2] Ibid.,page 126

Production des binômes :

Binôme 1



Dessin plus ou moins figuratif, qui n'a pas permis aux élèves de répondre à la question.

Binôme 2

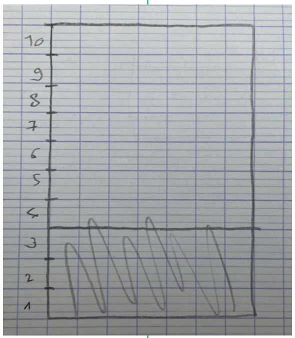
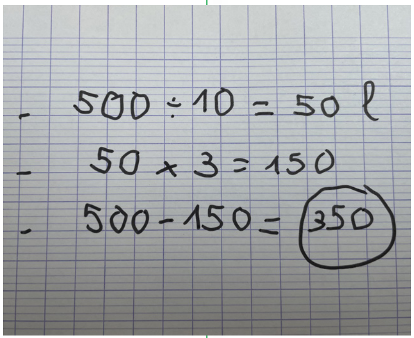


Schéma plus rigoureux permettant de créer le lien entre le dessin et le schéma en barres.

Binôme 3



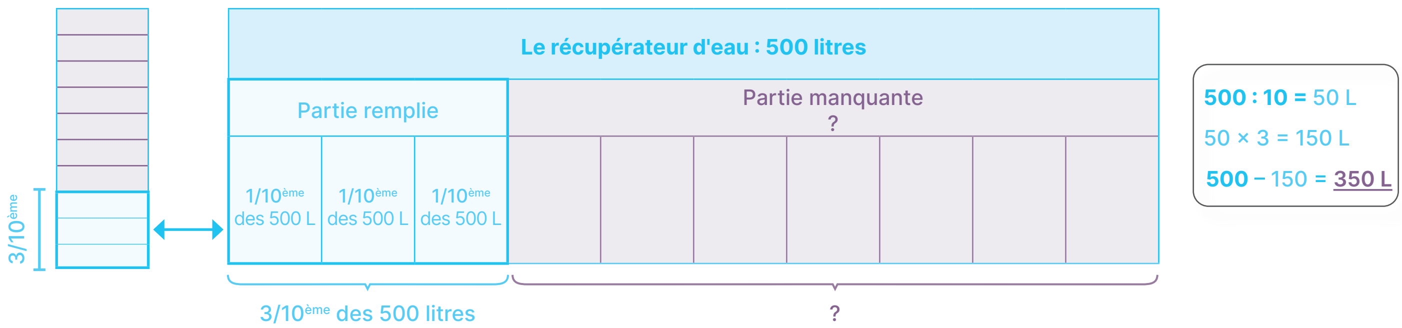
Résolution abstraite n'utilisant que des étapes de calculs.

Procédure amorcée :
la représentation de la situation est juste, mais elle n'a pas permis d'aller au-delà.

50 L = valeur d'un dixième
150 L = valeur de la partie remplie
350 L = valeur de la partie manquante

Cette procédure est très experte, mais n'est compréhensible que par ses auteurs.

Phase collective de correction en utilisant la modélisation en barres :



Le fait d'utiliser depuis le cycle 2 la même modélisation ou le même « **schéma en barres** » comme cela est précisé dans le guide CM [1], en fonction des familles de problèmes, permet lors des corrections, mises en commun ou recherches collectives, d'échanger sur un même modèle d'organisation des données.

Le lien entre les différentes procédures (très figuratives, symboliques ou très abstraites) se fait à travers cet outil intermédiaire qui permet à chacun d'ancrer son raisonnement sur ce qui fait sens pour lui.
Cette modélisation est un outil partagé collectivement qui constitue également un outil de différenciation puisque chacun peut le convoquer au moment voulu et de la manière souhaitée.

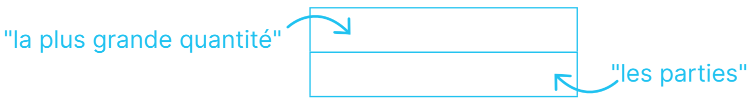
[1] Guides fondamentaux pour enseigner
La résolution de problèmes mathématiques au cours moyen http://g5.re/vt2
https://eduscol.education.fr/document/32206/download?attachment

L'intérêt de l'enseignement de la résolution de problèmes à travers l'outil de modélisation est donc multiple :

- passer de la lecture de l'énoncé du problème à un langage mathématique ;
- organiser les données de manière à donner à voir l'articulation qui existe entre elles ;
- faciliter le passage à l'abstraction (le calcul) permettant de trouver la solution du problème ;
- contrôler le résultat obtenu ;
- partager une représentation au sein d'un groupe d'élèves apprenants ;
- échanger sur et à partir d'une même représentation.

L'outil de modélisation

L'outil de modélisation en barres que nous proposons se présente ainsi : une grande barre (celle du dessus) représentant « La plus grande quantité en jeu dans la situation », qu'on la connaisse ou pas, et la barre du dessous qui est décomposée selon le nombre de parties en jeu.



Du point de vue du calcul arithmétique, il y a une équivalence entre la barre du haut et la barre du bas : la somme des valeurs des parties de la barre du bas est égale à la valeur de la barre du haut. Et ce sera toujours le cas.

Du point de vue du sens des différents énoncés rencontrés, la plus grande quantité (barre du haut) correspondra à une grandeur précise dont le statut pourra changer en fonction de la situation. C'est la phase de questionnement de l'énoncé qui permettra d'identifier la plus grande valeur en jeu, qu'elle soit donnée ou à chercher.

Contrairement au cycle 2, durant lequel certaines difficultés de décodage en lecture peuvent persister, nous considérons dans cet ouvrage que les élèves de cycle 3 maitrisent suffisamment le décodage pour accéder à un premier niveau de lecture. En revanche, la compréhension et l'interprétation des énoncés, avec une part parfois non négligeable d'implicite, restent un des écueils à lever pour nombre d'élèves de cycle 3.

Le guide CM [1] évoque ces difficultés de compréhension des énoncés, aboutissant à une mauvaise représentation du problème.

Ainsi, afin d'aider les élèves dans cette tâche de compréhension, plusieurs stratégies sont articulées autour de la modélisation. Trois types de situations sont travaillées à travers des énoncés basiques :

- Les situations de **parties-tout**
- Les situations de **transformation**
- Les situations de **comparaison**

La première situation, qui est la plus simple et la plus intuitive, est rattachée à une modélisation en barres : il s'agit de la réunion de plusieurs parties qui forment un tout. Dans un premier temps, il s'agit de stabiliser son usage lors de la résolution des problèmes basiques associés. L'entrainement systématique sur des énoncés de problèmes similaires rendra familier l'usage de la modélisation. C'est ce qui est particulièrement visé au cycle 2.

Ainsi, progressivement, on présentera de nouvelles situations : transformation et comparaison. Ces situations présentent certaines caractéristiques, qui, si elles sont identifiées de manière analogique par les élèves, peuvent les aider à organiser les informations contenues dans les énoncés. Ils s'en feront alors une représentation plus juste. La modélisation évoluera légèrement afin de prendre en compte les particularités identifiées.

Dans la partie suivante, nous présenterons l'évolution du schéma en barres à travers différentes situations. Il reviendra à chaque enseignant de vérifier le degré de familiarité de ses élèves avec cet outil. Si les élèves ne l'ont jamais utilisé, il sera judicieux de prendre le temps nécessaire pour asseoir cet usage sur les premiers problèmes basiques qui sont proposés au début de la progression.

[1] Guides fondamentaux pour enseigner
La résolution de problèmes mathématiques au cours moyen http://g5.re/vt2
https://eduscol.education.fr/document/32206/download?attachment

<u>Principes pour utiliser le schéma en barres</u> :

Comme nous l'avons dit précédemment, la barre du haut représentera toujours la plus grande quantité en jeu dans la situation. Selon l'énoncé, cette quantité est donnée ou elle est recherchée.

Exemple

Dans son jardin, Amy a ramassé 1 345 g de framboises, 1 205 g de cassis et 975 g de groseilles.
Quelle masse de fruits a-t-il cueillie en tout ?

Dans les situations de « parties-tout », **le tout**, c'est-à-dire l'ensemble, **constitue toujours la plus grande quantité**, qu'elle soit connue ou non. Ici, c'est celle qu'on cherche.

LE TOUT → La masse totale de fruits ?		
Une partie → La masse de framboises 1 345 grammes	Une partie → La masse de cassis 1 205 grammes	Une partie → La masse de groseilles 975 grammes

À noter : ce modèle trouve ses limites dès que le nombre de parties augmente considérablement, que les parties soient identiques ou non. On introduira cependant, une convention permettant de représenter un grand nombre de parties lorsqu'elles sont identiques.

Aussi, afin d'aider les élèves à s'approprier l'outil, on travaillera dans un premier temps avec une modélisation faisant apparaitre le nombre de parties : toutes les cases des parties peuvent être représentées. Puis, rapidement, il reviendra aux élèves de trouver le nombre de parties, c'est-à-dire, le nombre de cases à tracer.

LE TOUT
Les parties

Cette représentation dépourvue de sous-parties permet de faire évoluer les stratégies d'utilisation de l'outil par l'élève, c'est-à-dire, qu'il pourra de manière autonome :

→ placer plusieurs barres verticales en fonction du nombre de parties ;

→ représenter des ordres de grandeur en positionnant les barres de manière proportionnelle au regard des nombres à représenter.

Exemple

Anna a mangé les trois quarts d'un paquet de bonbons de 100 g. ***Quelle masse de bonbons reste-t-il dans le paquet ?***

LE TOUT → **100 grammes** de bonbons	
Une partie → 1 quart de 100 grammes ?	Une partie → 3 quarts de 100 grammes 75 grammes